

付録4 機能テスト

ファンクション・テスト担当：澁谷拓巳

等パーセンタイル等化関数 “epe” 関数定義

```
> #-----
> #the program starts here.
> #-----
>
> #-----
> #the program starts here.
> #-----
>
> epe <- function(x, y){
+
+ #-----
+ #
+ #   テストXのパーセンタイルに対応するテストYの得点を計算する関数。
+ #   eY(x)という等化関数を用いる。
+ #
+ #   x :           テストXの正答数得点 (素データ)
+ #   nx:          テストXの0から最大正答数得点までの階級数
+ #   y :           テストYの正答数得点 (素データ, 等化したい方のテスト得点)
+ #   ny          テストYの0から最大正答数得点までの階級数
+ #
+ #   dist.f:      度数分布表を出力する関数。
+ #   prfx:        テストXのパーセンタイルランクを求める関数
+ #   prfy:        テストYのパーセンタイルを求める関数
+ #   pfl:         テストYのパーセンタイルを求める関数。prfyの逆関数
+ #   pfU:         テストYのパーセンタイルを求める関数。prfyの逆関数
+ #   eYx:         テストXの尺度上にテストYの得点を等パーセンタイル等化する等化関数
+ #
+ #
+ #-----
+
+ dist.f <- function(x){
+   #width or class
+   mnc <- min(x)
+   mxc <- max(x)
+   m <- length(0:mxc)
+   #frequency
+   #   freq <- table(c1a)
+   freq <- data.frame(rep(0,m), row.names = as.character(0:mxc)) # 度数カウント用。度
+   #数0も数え上げる。
+   colnames(freq) <- "freq"
+   for(i in 0:mxc){
```

```

+   f <- sum(1 * (x == i))
+   freq[i+1,] <- f
+ }
+ #cumulative freq.
+ cum.freq <- cumsum(freq)
+ #relative freq.
+ percent <- freq/sum(freq)*100
+ #relative cumulative freq.
+ cum.pcnt <- cumsum(percent)
+ #discrete density (function)
+ ddf <- freq/length(x)
+ #cumulative discrete density (function)
+ cddf <- cumsum(ddf)
+
+ result <- cbind(freq, cum.freq, percent, cum.pcnt, ddf, cddf)
+ colnames(result) <- c("freq", "cum.freq", "percent", "cum.pcnt", "ddf", "cddf")
+ result
+ }
+
+ tablex <- dist.f(x)
+ tabley <- dist.f(y)
+
+ #percentile rank function of x
+ prfx <- function(q){
+   xast <- round(q)
+   x1 <- q+1 # 度数分布表は0 から始まっているので、度数0 が1 行目になるように調整。
+   x1last <- round(x1) # 度数分布表アクセス用、四捨五入
+   cddf <- tablex$cddf # 累積分布関数
+
+   if(x1last == 1){
+     # パーセンタイルランクの計算、ただし、0 以下の度数は存在しないため0 と置いた。
+     prf <- (0+(q-xast+0.5)*(cddf[x1last]-0))*100
+
+   } else if(x1last >= 2){
+     # パーセンタイルランクの計算
+     prf <- (cddf[x1last-1]+(q-xast+0.5)*(cddf[x1last]-cddf[x1last-1]))*100
+
+   } else if(x1last == 0){
+     #-0.5 以下の場合は0
+     prf <- 0
+   }
+   #最大値+0 以上の場合は100。ただし、最大値+0.5 以上の値を入れるとprf がNA を返す性質を利用した。
+   if (is.na(prf)) prf <- 100
+   prf
+ }
+
+ #percentile rank function of y
+ prfy <- function(r){

```

```

+   yast <- round(r)
+   y1 <- r+1 # 度数分布表は0 から始まっているので、 度数0 が1 行目になるように調整。
+   y1last <- round(y1) # 四捨五入
+   cddf <- tabley$cddf # 累積分布関数
+
+   if(y1last == 1 ){
+     # パーセンタイルランクの計算, ただし、 度数0 以下の累積分布関数の値は存在しないため0 と
+     # 置いた。
+     prf <- (0+(r-yast+0.5)*(cddf[y1last]-0))*100
+
+   } else if(y1last >= 2){
+     # パーセンタイルランクの計算
+     prf <- (cddf[y1last-1]+(r-yast+0.5)*(cddf[y1last]-cddf[y1last-1]))*100
+
+   } else if(y1last == 0){
+     #-0.5 以下の場合は0
+     prf <- 0
+   }
+   #最大値+0 以上の場合は100。ただし、 最大値+0.5 以上の値を入れると prf がNA を返す性質を
+   #利用した。
+   if (is.na(prf)) prf <- 100
+   prf
+ }
+
+ #パーセンタイルランクの計算
+
+ nx <- (max(x)+1) # 0 から最大値までの階級数, ただし階級幅は1
+ ny <- (max(y)+1)
+
+ resultx <- matrix(0, nx, 1) #結果代入用の行列を作成
+ resulty <- matrix(0, ny, 1)
+
+ for (i in 0:max(x)){
+   #正答数得点0 が1 行目になるように、 i+1 行目から代入をはじめめる。
+   resultx[(i+1), 1] <- prfx(i)
+ }
+
+ for (i in 0:max(y)){
+   #正答数得点0 が1 行目になるように、 i+1 行目から代入をはじめめる。
+   resulty[(i+1), 1] <- prfy(i)
+ }
+
+ #-----
+ -
+ # 等化関数
+ # テストY の得点をテストX の得点に対して等パーセンタイル等化する
+ #
+ # tabley2 はこの後のパーセンタイル関数で使用する。
+ #-----

```

```

-
+
+ tabley2 <- matrix(0, ny, 3)
+ tabley2[, 1] <- 0:max(y) # 正答数得点
+ tabley2[, 2] <- tabley[,6] # 累積分布関数
+ tabley2[, 3] <- resulty # パーセンタイルランク
+ tabley2 <- as.data.frame(tabley2)
+
+ #-----
-
+ #入力した数値 (パーセント) よりも累積パーセントが大きい得点の中で, 最も小さい整数値を利用す
る。
+ #-----
-
+
+ pfU <- function(p){
+   if(p/100 > tabley2$V2[1]){
+     a <- tabley2[tabley2$V2 >= (p/100),]
+     yU <- a[1,1]
+     FyU <- a$V2[1]
+     b <- tabley2[tabley2$V2 < (p/100),]
+     FyU1 <- b$V2[yU]
+     pfU <- (p/100 - FyU1)/(FyU-FyU1) + yU - 0.5
+   }else if(p/100 == 0){
+     pfU <- 0
+   }else{
+     pfU <- p/100 / tabley2$V2[1] + tabley2$V1[1]-0.5
+   }
+   pfU
+ }
+
+ #-----
-
+ #こちらは, 入力した数値 (パーセント) よりも累積パーセントが小さい得点の中で, 最も大きい整数
値を利用する。
+ #-----
-
+
+ pfL <- function(p){
+   if(p/100 > tabley2$V2[1]){
+     a <- tabley2[tabley2$V2 >= (p/100),]
+     yL1 <- a[1,1]
+     FyL1 <- a$V2[1]
+     b <- tabley2[tabley2$V2 < (p/100),]
+     FyL <- b$V2[yL1]
+     pfL <- (p/100 - FyL)/(FyL1-FyL) + (yL1 - 1) + 0.5
+   }else if(p/100 == 0){
+     pfL <- 0
+   } else {

```

```

+   pfl <- p/100 / tabley2$V2[1] - 1 + 0.5
+   }
+   pfl
+ }
+
+ eYx <- matrix(0, nx, 2)
+ for (i in 1:nx){
+   eYx[i,1] <- pfU(resultx[i])
+   eYx[i,2] <- pfl(resultx[i])
+ }
+
+ result <- cbind(resultx, 0:max(x), eYx)
+ colnames(result) <- c("PR of x", "raw score", "pfU", "pfl")
+ result
+ }
>
> #-----
> # the program ends here.
> #-----

```

動作確認

計算を実行する。

仮想的な得点度数分布を作成し、それをもとに等パーセンタイル等化を試みる。

このようなデータを発生させた。

```
> return(dat)
```

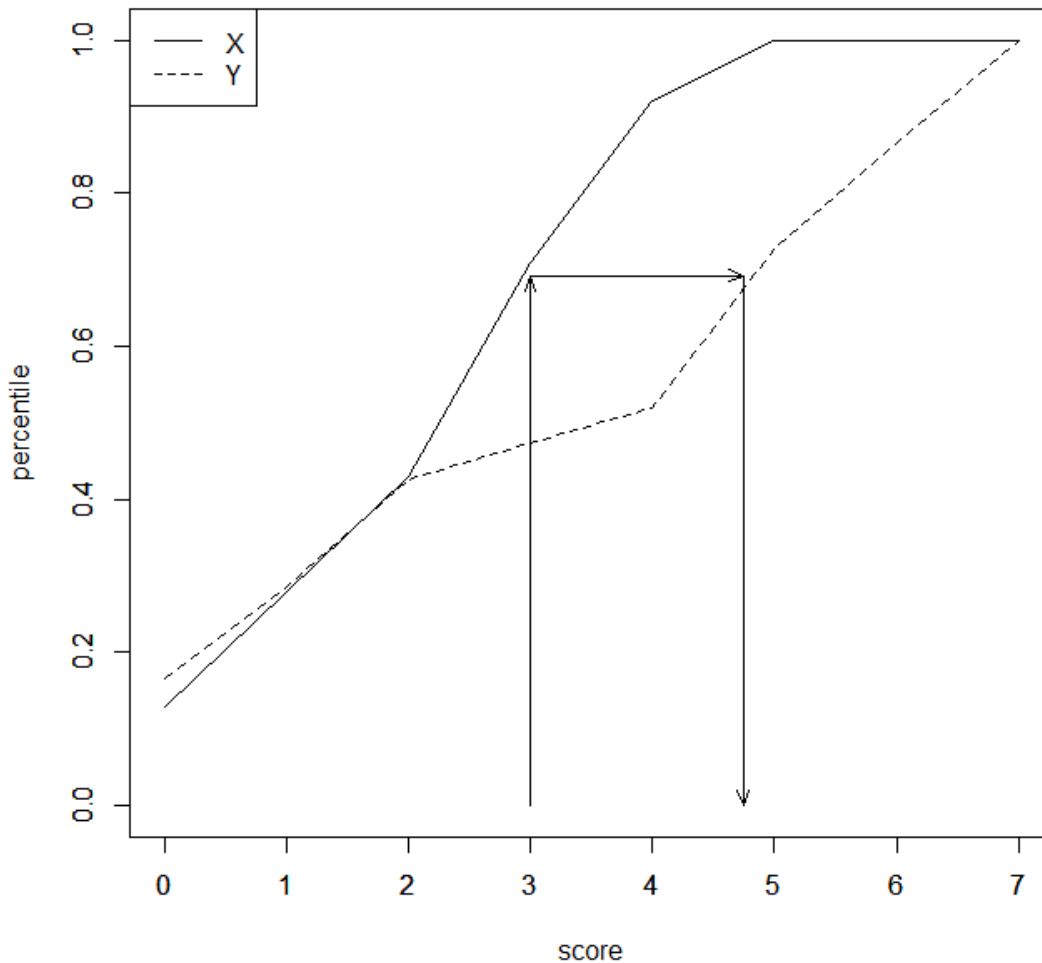
	得点	X	Y
[1,]	0	13	25
[2,]	1	15	18
[3,]	2	15	21
[4,]	3	28	7
[5,]	4	21	7
[6,]	5	8	31
[7,]	6	0	21
[8,]	7	0	20

これを基に等パーセンタイル等化を実行すれば、

```
> epe(datx, daty)
```

	PR of x	raw score	pfU	pfl
[1,]	6.5	0	-0.1100000	-0.1100000
[2,]	20.5	1	0.8194444	0.8194444
[3,]	35.5	2	1.9880952	1.9880952
[4,]	57.0	3	4.7419355	4.7419355
[5,]	81.5	4	6.1309524	6.1309524
[6,]	96.0	5	7.2000000	7.2000000

プロットして、実際の数値が妥当なものか、視覚的に確認を行う。



丸め誤差があるため、矢印の位置はわずかに一致しないが、概ね等パーセンタイル等化できている。

推算値発生プログラム“plausible”

plausible 関数は dplyr と pracma パッケージのインストール&ライブラリが必要。

関数定義

```
> plausible <- function(xall, param, gh = TRUE, nofrands=10, file="default",output=FAL
SE, IDc=1, Gc=2, ITEMc=3,
+           N = 31, maxtheta = 4.75, mintheta = -4.75){
+
+   #-----#
+   # This function was edited
+   #   by D. EJIRI and T. SHIBUYA.
+   #   at Tohoku University in Japan.
+   #   (DATE)
+   #   The Original syntax was written by T. SHIBAYAMA.
+   #
+   # Oct. 10 2017   元シンタックスの修正 (江尻)
+   # Oct. 22 2017   デバッグ (澁谷)
```

```

+ # Nov. 10 2017   結果ファイルをCSV データとして出力するように設定 (江尻)
+ # Feb. 21 2018   関数内でMAP 推定をおこない、その推定値を事後分布の最大確率密度に設定す
                    るように変更 (澁谷)
+ #               推定アルゴリズムは基本的にフィッシャースコアリングを用い、100 回以上の反
                    復計算をおこなっても収束しない場合には二分法を用いるようにした。
+ # Apr. 3 2018    計算の高速化のために、for によるループを回避してapply 関数を用いるよう
                    に変更した (澁谷)
+ # Apr. 5 2018    集団統計量の補間の標準誤差を計算する関数を追加 (澁谷)
+ #
+ #
+ #
+ # xall      : 2 値の項目反応データ。デフォルトではID が一列目、母集団変数が2 列目、項目反応
                    パターンが3列目から最終行まで入力されているデータを想定。
+ #          : 母集団変数が不要な場合はGc=0 と入力する。
+ # para      : 項目反応データ。一列目には識別力を、二列目には困難度が入っているデータ。
+ # nofrands  : 発生させたい推定値の組数
+ # gh        : ガウス・エルミート求積法に関するオプション。FALSE ならば等区分求積法で計算は
                    実行される。
+ #          : 分点と重みの計算にはpracma パッケージのgaussHermite 関数を利用した。
+ #
+ # ~計算手順~
+ # 1) EAP 推定関数の定義, EAP 推定値の計算
+ # 2) MAP 推定関数の定義, MAP 推定値の計算
+ # 3) フォンノイマンの棄却法にもとづいて、推定値を発生させる。
+ #
+ #-----#
+
+ message("推定値の計算をはじめます")
+ message("データチェック")
+ ID <- xall[,IDc]
+ if(Gc == 0){
+   group <- rep(1, nrow(xall))
+   G <- 1
+   x.all <- xall[,ITEMc:ncol(xall)]
+ }else{
+   group <- xall[,Gc]
+   G <- max(as.numeric(group))
+   x.all <- xall[,ITEMc:ncol(xall)]
+ }
+ #remove a=0 item parameter and response column
+ message("識別力が0の項目を削除します。")
+ a <- param[,1]
+ x.all <- x.all[, a != 0]
+ message(sum((a == 0)*1),"個の項目が削除されました")
+
+ # message("全回答がNA の受験者の項目反応データを削除します。")
+ # x.all <- x.all[!is.na(apply(x.all, 1, sum)), ]
+ # set item parameter data
+ param <- param[param[,1] != 0, ]

```

```

+ a <- param[,1]
+ b <- param[,2]
+
+ # Number of Subjects"
+ n <- nrow(x.all)
+ ng <- numeric(G)
+
+ # number of items
+ m <-length(a)
+ xscore <- rowSums(x.all,na.rm=T)
+ message("ID と項目反応データ, 項目パラメタを確認しました。")
+ message("母集団",G)
+ message("受検者数",n,"人, 項目数",m,"個でした")
+
+
+ #### Nodes and weights for the 5-point Gauss-Hermite formula ####
+ #
+ # Integrate of f(x) * exp(-x^2) = Sum of f(x) * weight
+ #
+ # ex. Integrate of exp(-x^2) = sqrt(pi) = 1.772454
+ # Sum of weights = 1.772454
+ #-----
+
+
+
+ if(gh == TRUE){ #gh にガウスエルミートのファイルが指定されていた場合
+   npoint <- N
+   message("ガウスエルミート求積法が指定されました。")
+   message("分点数は",npoint,"です。")
+   gh <- gaussHermite(npoint)
+   xnodes <- gh$x*sqrt(2)
+   weight <- gh$w/sqrt(pi) #caribration
+ }else{
+   message("等区分求積法が指定されました。")
+   message("分点数は",N,"です。最大の特性値は",maxtheta,"で, 最小の特性値は",mintheta,"
+   です。")
+   npoint <- N
+   xnodes <- seq(mintheta, maxtheta, length.out = N)
+   weight <- dnorm(xnodes, 0, 1)
+   weight <- weight/sum(xnodes)
+ }
+
+ #-----#
+ #EAP estimator
+ #-----#
+
+ FthetaEAP <- function(xi,theta,w,a,b){
+   #-----#
+   #MAP 推定をおこなう関数

```



```

+ #xi      : 受検者i の項目反応データ
+ #theta   : 事前分布の分点
+ #w       : 事前分布の分点に対応する重み
+ #a&b    : パラメタファイル。a が識別力, b が困難度
+ #-----#
+ theta <- as.matrix(theta,byrow=T)
+ xi <- as.numeric(xi)
+
+ # P(theta) in two-parameter Logisticmodel
+ ptheta <- function(theta, a, b){
+   D <- 1.702
+   1/(1+exp(-D*a*(theta-b)))
+ }
+
+ # 対数尤度
+ LL <- function(u,theta,a,b){
+   sum(u*log(ptheta(theta,a,b))+(1-u)*log(1-pttheta(theta,a,b)),na.rm = T)
+ }
+
+ # 対数尤度の計算
+ LLm <- apply(theta, 1, LL, u=xi, a=a, b=b)
+ Lm <- exp(LLm)
+
+ # 事後分布の分母にあたる, 定数項
+ const <- sum(Lm*w,na.rm = T)
+
+ # 事後分布の重み
+ Gm <- Lm*w/const
+
+ # 重みに対応する分点の値をかけて, 和を取る=EAP 推定値
+ return(list(sum(theta*Gm,na.rm = T),const))
+ }
+
+ # 全受検者のデータをapply 関数で与え, EAP 推定を実行
+ eap_apply <- apply(x.all,1,FthetaEAP,a=a,b=b,theta=xnodes,w=weight)
+
+ message("EAP と周辺確率の計算が終了しました。")
+
+ #-----#
+ #Estimate MAP
+ #-----#
+
+ FthetaMAP <- function(xi,a,b,mu,sigma){
+   #-----#
+   #MAP 推定をおこなう関数
+   #xall    : 項目反応データ
+   #a&b    : パラメタファイル。a が識別力, b が困難度
+   #mu&sigma : 事前分布の平均と標準偏差
+   #-----#

```

```

+
+ #P(theta) in two-parameter logisticmodel
+ ptheta <- function(theta, a, b){
+   D <- 1.702
+   1/(1+exp(-D*a*(theta-b)))
+ }
+
+ # 一階偏微分
+ fpdLPD <- function(xi, theta, a, b, mu, sigma){
+   D <- 1.702
+   D*sum(a*(xi - ptheta(theta,a,b)), na.rm = T) - (theta-mu)/sigma^2
+ }
+
+ # 事後情報量 (尤度関数の二階偏微分の負の期待値)
+ pitheta <- function(theta, a, b, sigma){
+   D <- 1.702
+   D^2*sum(a^2*ptheta(theta,a,b)*(1-pttheta(theta,a,b)), na.rm = T) + 1/sigma^2
+ }
+
+ #初期値を設定。ログオッズ比を用いた。
+ if(sum(xi, na.rm = TRUE) == 0){
+   t0 <- log(0.5)
+ }else if (sum(xi, na.rm = TRUE) == m){
+   t0 <- log(m-0.5)
+ }else{
+   t0 <- log(sum(xi, na.rm = TRUE)/(m-sum(xi, na.rm = TRUE)))
+ }
+
+ c <- 0
+ conv1 <- 0
+ while(conv1==0){
+   t1 <- t0 + fpdLPD(xi,t0,a,b,mu,sigma)/pitheta(t0,a,b,sigma)
+   if(abs(t1-t0)<0.001) {
+     conv1 <- 1
+   }else{
+     t0 <- t1
+     c <- c +1
+     if(c > 100) { # フィッシャースコアリングの繰り返しが100回を超えたら、二分法に切り
+ 替える。
+       conv2 <- 0
+       p <- 4 ; q <- -4
+       while(conv2 == 0){
+         pf <- fpdLPD(xi,p,a,b,mu,sigma)
+         qf <- fpdLPD(xi,q,a,b,mu,sigma)
+         t1 <- (p+q)/2
+         mf <- fpdLPD(xi,t1,a,b,mu,sigma)
+         if (abs(p-q)<0.001){
+           conv2 <- 1
+           conv1 <- 1

```

```

+       }else{
+         if(pf*mf>0) {
+           p <- t1
+           c <- c+1
+         }else if(qf*mf>0){
+           q <- t1
+           c <- c+1
+         }
+       }
+     }
+   }
+ }
+ t1
+ }
+
+ # 全受検者のデータをapply関数で与え、MAP推定を実行
+ map_apply <- apply(x.all,1,FthetaMAP,a=a,b=b,mu=0,sigma=1)
+ message("MAP推定値の計算が終了しました。")
+
+ #-----#
+ # Max. Density of Posterior Distributions
+ #-----#
+
+ Fmaxpdc <- function(xi,theta,a,b){
+   #-----#
+   # 与えられたθに対応する確率密度を計算するための関数。
+   # xi    : 受検者iの項目反応データ
+   # theta : 潜在特性値
+   # a&b   : 項目パラメタ
+   #-----#
+   theta <- as.matrix(theta)
+   xi <- as.numeric(xi)
+   ptheta <- function(theta, a, b){
+     D <- 1.702
+     1/(1+exp(-D*a*(theta-b)))
+   }
+   LL <- function(u,theta,a,b){
+     sum(u*log(pttheta(theta,a,b))+(1-u)*log(1-pttheta(theta,a,b)),na.rm = T)
+   }
+
+   # 項目反応データをapplyで与えて、対数尤度を計算する。
+   LLm <- apply(theta,1,LL,u=xi,a=a,b=b)
+   exp(LLm)
+ }
+
+ #-----#
+ #the function for "fg"
+ #-----#

```

```

+
+ Ffg <- function(xi,theta,a,b){
+   #-----#
+   # 事後分布の分子にあたる部分を計算するための関数。ただし、事前分布は平均 $\theta$ 、標準偏差1
+   # xi    : 受検者iの項目反応データ
+   # theta : 事前分布
+   # a&b   : 項目パラメタ
+   #-----#
+   exp(sum(xi*log( 1/(1+exp(-1.7*a*(theta-b)))) + (1-xi)*log(1- (1/(1+exp(-1.7*a*(t
+ heta-b))))), na.rm=T))*dnorm(theta)
+ }
+
+ #-----#
+ # Rejection Samling starts here.
+ #-----#
+
+ # 使用するベクトルと行列を予め作成しておく。
+ pv <- matrix(0,n,nofrands)
+ eap_m <- as.numeric()
+ const <- as.numeric()
+ times <- 0
+
+ message("フォンノイマンの棄却法にもとづいて推算値のランダムサンプリングを開始します。")
+
+ for(k in 1:n){
+   #-----#
+   # 推算値算出の流れ
+   # 1) 乱数発生時の定義域と値域を設定する。設定にはそれぞれEAP 推定値とMAP 推定値を参考にする。
+   # 2)  $\theta$  軸の乱数(y)とP( $\theta$ )軸の乱数(z)を、それぞれ一様分布より得る。
+   # 3) 項目反応データ、項目パラメタ、y の値を用いて、事後確率密度を計算する(fgvalue)。
+   # 4) fgvalue の値よりもz の値が小さければ採択、z の値の方が大きければ棄却する。
+   # 5) nofrands で設定した個数分、推算値を採択できればサブルーチンを終了する。
+   # 6) 全受検者で1 から5 を繰り返す。
+   #-----#
+   xi <- x.all[k,]
+   times <- times + 1
+
+   #すでに計算してあるEAP 推定値と、事後分布の分子を取り出して行列として展開
+   eap_m <- rbind(eap_m,as.numeric(eap_apply[[k]][1]))
+   const <- rbind(const,as.numeric(eap_apply[[k]][2]))
+
+   #乱数発生時の、P( $\theta$ )軸の最大値を設定
+   yheight <- Fmaxpdc(xi,map_apply[k],a,b)*1.001
+
+   # 乱数発生時の、 $\theta$  軸の最大値を設定
+   zmin <- -4.75 + as.numeric(eap_apply[[k]][1])

```

```

+   zmax <- 4.75 + as.numeric(eap_apply[[k]][1])
+
+   nofpv <- 0
+   times_sub <- 0
+   while( nofpv <= nofrands ){
+
+     y <- runif( 1, 0, yheight)
+     z <- runif( 1, zmin, zmax)
+     times_sub <- times_sub +1
+     fg <- apply(xi,1,Ffg,theta=z,a=a,b=b)
+     fgvalue <- fg/as.numeric(eap_apply[[k]][2])
+
+     if( y <= fgvalue){
+       nofpv <- nofpv + 1
+       if( nofpv > nofrands) break
+       pv[k,nofpv] <- z
+     }
+   }
+
+   if(times==1000){
+     message(k,"人目の受検者の推算値の発生が終了しました。")
+     times <- 0
+   }
+ }
+ message("推算値の計算が終了しました。")
+
+ #推算値の組ごとにもとめた統計量の平均を計算。なお、母集団が複数存在する場合には母集団ごとに
+ 求める。
+ pvG <- data.frame(group,pv)
+ group_mean <- matrix(0,G,nofrands)
+ group_var <- matrix(0,G,nofrands)
+ group_sd <- matrix(0,G,nofrands)
+
+ for (i in 1:G){
+
+   # count the number of subjects for each groups
+   ng[i] <- nrow(pvG)
+
+   # estimate group statistics
+   group_pv <- pvG %>% dplyr::filter(group==i) %>% dplyr::select(-group)
+   group_mean[i,] <- apply(group_pv,2,mean)
+   group_var[i,] <- apply(group_pv,2,var)
+   group_sd[i,] <- apply(group_pv,2,sd)
+ }
+
+ M_M <- apply(group_mean,1,mean)
+ M_V <- apply(group_var,1,mean)
+ M_SD <- apply(group_sd,1,mean)

```

```

+
+ PS <- data.frame(group=c(1:G),N=ng, mean=M_M, variance=M_V, sd=M_SD)
+
+ message("推算値の集団統計量の計算が終了しました。")
+
+ #Little & Rubin. (2002). にもとづく補完分散
+ #V_IMP=(1+1/K)[1/(K-1)sigma_i[(M_PVs-MM_PVs)^2]]+1/K sigma_i[V(M_PV_i)]
+
+ MI_SE <- function(M){#var() is the function for unbiased variance
+   K <- length(M)
+   (K+1)/K*var(M) + (K-1)/K*var(M)
+ }
+
+ SE_M <- apply(group_mean,1,MI_SE)
+ SE_V <- apply(group_var,1,MI_SE)
+ SE_SD <- apply(group_sd,1,MI_SE)
+
+ SE <- data.frame(group=c(1:G),mean=SE_M, variance=SE_V, sd=SE_SD)
+
+ message("集団統計量の標準誤差の推定が終了しました。")
+
+ #推算値の平均(Right & Wrong)
+ pvmeans <- pvmeans_w <- apply(pv,1,mean)
+ pvmeans_r <- apply(pv,2,mean)
+
+ #result
+
+ result <- data.frame(ID=ID,GROUP=group,SCORE=xscore,EAP=eap_m,MAP=map_apply,PVmeans_w=pvmeans_w,PV=pv,AREAS=const)
+ plausible_values <-data.frame(ID=ID,Group=group,PV=pv)
+ if(output==T){
+   message("結果のCSV ファイルを書き出しています。")
+   write.csv(result,paste0(file,"_result.csv"),quote=F,row.names = F)
+   write.csv(plausible_values,paste0(file,"_PVs.csv"),quote=F,row.names = F)
+   write.csv(PS,paste0(file,"_PVS population statistics.csv"),quote=F,row.names = F)
+   write.csv(SE,paste0(file,"_PVS standard error.csv"),quote=F,row.names = F)
+ }
+ pv <- data.frame(ID=ID,group=group,SCORE=xscore,EAP=eap_m,MAP=map_apply,PV=pv)
+ list("PVs" = pv, "EAPmean&sd" = c(mean(eap_m),sd(eap_m)),
+     "MAPmean&sd" = c(mean(map_apply), sd(map_apply)), "PVmean&sd" = c(M_M, M_SD),
+     "PS" = PS, "SE" = SE)
+ }

```

使用データ

反応データは必ずデータフレーム形式でなくてはならない。

	id	Item1	Item2	Item3	Item4	Item5	Item6	Item7
Takumi	1	1	1	1	0	0	1	0
Tadashi	2	1	1	1	1	1	1	0

Ryuichi	3	1	1	1	1	1	1	1
Chihiro	4	1	1	1	0	1	0	1
Daisuke	5	1	1	1	0	1	1	1
Masako	6	1	1	1	1	0	1	0

	a	b
Item1	0.6094160	-3.11094064
Item2	1.0917787	-0.91155817
Item3	0.9501805	-0.97494141
Item4	0.6699834	-1.84256804
Item5	0.7490380	0.03912065
Item6	0.6572640	-1.17843969
Item7	0.9481141	0.32083612

動作確認

推算値の計算をはじめます

データチェック

識別力が0の項目を削除します。

0個の項目が削除されました

IDと項目反応データ、項目パラメタを確認しました。

母集団1

受検者数6人、項目数7個でした

ガウス・エルミート求積法が指定されました。

分点数は32です。

EAPと周辺確率の計算が終了しました。

MAP推定値の計算が終了しました。

フォンノイマンの棄却法にもとづいて推算値のランダムサンプリングを開始します。

推算値の計算が終了しました。

推算値の集団統計量の計算が終了しました。

集団統計量の標準誤差の推定が終了しました。

	ID	group	SCORE	EAP	MAP	PV.1	PV.2	
Takumi	1	1	4	-0.38586492	-0.41092673	-0.4223870	-0.4590335	
Tadashi	2	1	6	0.40258370	0.33426363	-0.8142204	0.1485603	
Ryuichi	3	1	7	1.08720219	0.97956339	1.0098420	1.2113715	
Chihiro	4	1	5	0.17293559	0.11763904	-0.6803157	0.7942234	
Daisuke	5	1	6	0.58449299	0.50533957	1.5948863	-0.6767066	
Masako	6	1	5	-0.03539405	-0.07948162	0.6825453	0.8670843	
			PV.3	PV.4	PV.5	PV.6	PV.7	PV.8
Takumi			-0.6894042	-0.18725374	1.1086723	0.9133923	-0.6442908	0.1010430

```

Tadashi -0.4092093  0.01179382  2.5325812  1.1048112  0.3693033  0.3352213
Ryuichi  1.4886768  0.43423510  1.3828246  1.5367780  0.4295145  2.1055269
Chihiro  0.7452895 -0.72169725  2.2875866 -1.5668228 -0.7247307  1.4717568
Daisuke  1.4272871 -0.10602058 -0.5495346  1.7885818  0.7167985  1.0295265
Masako  -1.3577475 -0.06422249  0.3283989  0.5221571 -1.0678170 -1.0543826
          PV.9    PV.10
Takumi  -0.7796700 -1.1918587
Tadashi  1.2569097  0.3760393
Ryuichi -0.5847407  1.5408543
Chihiro  1.2295278 -1.6115686
Daisuke  1.4157192 -1.0843379
Masako  -1.4582919 -0.6390934

```

復元得点分布生成プログラム“score.dist”, “dist.data”

関数定義

score.dist

```

> score.dist <- function(theta,ax,bx,cumulative=T,max.x=max(score, na.rm = TRUE),
+                          col="blue",lty=1,type="l",name="score distribution"){
+   #-----#
+   # Number of Items and Subjects
+   #-----#
+   mx <- length(ax) #n of items
+   mx1 <- mx+1
+   thetax <- theta
+   n <- length(thetax) #n of subjects
+   #-----#
+   # Distribution of Ability
+   #-----#
+   i <- sort.list(thetax)
+   thetax <- thetax[i]
+   i <- matrix(1:n,1,n)
+   #-----#
+   # Conditional Probabilities of Test Scores
+   #-----#
+   probability <- function(trait,a,b){
+     #-----#
+     # This function generates conditional probability
+     # for a fixed ability on 2-parameter logistic model.
+     #
+     #     The original Fortran77 program was
+     #         developed by Inoue,S. , December 1990.
+     #         extended by Shibayama,T., January 1991.
+     #         translated into R by Shibayama,T. September 2008.
+     #
+     # m : number of items

```



```

+ # trait : ability
+ # a : item discriminating powers
+ # b : item difficulties
+ # prb : conditional probability for a fixed ability
+ # ptheta : P(theta)
+ # qtheta : Q(theta)=1-P(theta)
+ #-----#
+
+ m <- length(a)
+ m1 <- m+1
+ ptheta <- matrix(0,m,1)
+ qtheta <- matrix(0,m,1)
+ prb <- matrix(0,m1,1)
+ #
+ ptheta<- 1/(1+exp(-1.7*a*(trait-b)))
+ qtheta<- 1-pttheta
+ #
+ prb[1] <- qtheta[1]
+ prb[2] <- ptheta[1]
+ #
+
+ for(j in 2:m){
+   l <- j -1
+   j1 <- j+1
+   l1 <- l+1
+   prb[j1] <- prb[l1]*ptheta[j]
+
+   for(i in 1:l){
+     k <- i -1
+     i1 <- i+1
+     k1 <- k+1
+     prb[i1]<-prb[k1]*ptheta[j]+prb[i1]*qtheta[j]
+   }
+
+   prb[1] <- prb[1]*qtheta[j]
+ }
+ #
+ probability <- prb
+ #
+ }
+ #cat("\nrecursion formula 実行中")
+ prbtestscore<-matrix(0,n,mx1)
+ for(i in 1:n){
+   #spbar(i/n)
+   prbtestscore[i,]<- t(probability(thetax[i],ax,bx))
+ }
+ #-----#
+ # Marginal Probabilities of Test Score
+ #-----#

```

```

+ xfreq <- t(prbtestscore) %**% matrix(1,n,1)
+ xfreq <- cbind(matrix(0:mx,mx1,1),xfreq)
+ temp <- round(xfreq[,2]) #度数の小数点以下を四捨五入する
+ sum(temp)
+
+ score <- rep(xfreq[,1],temp) #度数分布表をベクトルに展開する
+ mx <- max(score)
+
+ if(cumulative <- cumulative){
+ cumulative <- cumsum(xfreq[,2]/n)
+ cumulative <- cbind(matrix(0:mx,mx1,1),cumulative)
+ #quartz()
+ #win.graph()
+ plot(cumulative,col=col,lty=lty,type=type,xlab="score",ylab="relative cumulative f
requeuncy",main=name,
+ xlim=c(0,max.x),ylim=c(0,1),cex=0.5,cex.main=1.5,cex.lab=1.5,cex.axis=1.3)
+ }else{
+ #quartz()
+ #win.graph()
+ hist(score,col=col,xlab="score",ylab="relative frequency",main=name,freq=FALSE,yli
m=c(0,0.15),
+ breaks=seq(-0.5,(mx+0.5),1),cex.main=1.5,cex.axis=1.3,cex.lab=1.3) #相対度数
分布のヒストグラムを近似的に描画する
+
+ #n <- Length(score)
+ }
+ }

```

dist. data

```

> dist.data <- function(theta,a,b,frequency=T){
+ #-----#
+ # This function generates distribution of IRT observed scores
+ # on 2-parameter logistic model.
+ #
+ # m      : number of items
+ # n      : number of subjects
+ # rn     : number of normal random numbers
+ # theta  : ability
+ # a      : item discriminating powers
+ # b      : item difficulties
+ # name   : main title of the histogram
+ # color  : color of the histogram
+ #
+ #-----#
+
+ a <- as.matrix(a) #項目パラメタを行列形式にする
+ b <- as.matrix(b)
+ theta <- as.matrix(theta)
+

```

```

+
+ #-----#
+ # Number of Items and Subjects
+ #-----#
+ m <- nrow(a)      #n of items
+ m1 <- m+1
+
+ n <- nrow(theta)  #n of subjects (theta に推定した能力値を代入する場合)
+
+ #-----#
+ # Distribution of Ability
+ #-----#
+ i <- sort.list(theta)      #theta を昇順に並べる
+ theta <- theta[i]
+ i <- matrix(1:n,1,n)
+
+ #-----#
+ # Conditional Probabilities of Test Scores
+ #-----#
+
+ probability <- function(trait,a,b){
+   #-----#
+   # This function generates conditional probability
+   # for a fixed ability on 2-parameter logistic model.
+   #
+   #   The original Fortran77 program was
+   #       developed by Inoue,S. , December 1990.
+   #       extended by Shibayama,T., January 1991.
+   #       translated into R by Shibayama,T. September 2008.
+   #
+   #   m      : number of items
+   #   trait   : ability
+   #   a      : item discriminating powers
+   #   b      : item difficulties
+   #   prb    : conditional probability for a fixed ability
+   #   ptheta  : P(theta)
+   #   qtheta  : Q(theta)=1-P(theta)
+   #-----#
+
+   m <- nrow(a)
+   m1 <- m+1
+   ptheta <- matrix(0,m,1)
+   qtheta <- matrix(0,m,1)
+   prb <- matrix(0,m1,1)
+   #
+   ptheta<- 1/(1+exp(-1.7*a*(trait-b)))
+   qtheta<- 1-pttheta

```

```

+ #
+ prb[1] <- qtheta[1]
+ prb[2] <- ptheta[1]
+ #
+ for(j in 2:m){
+   l <- j -1
+   j1 <- j+1
+   l1 <- l+1
+   prb[j1] <- prb[l1]*ptheta[j]
+
+   for(i in 1:l){
+     k <- i -1
+     i1 <- i+1
+     k1 <- k+1
+     prb[i1]<-prb[k1]*ptheta[j]+prb[i1]*qtheta[j]
+   }
+
+   prb[1] <- prb[1]*qtheta[j]
+ }
+ #
+ probability <- prb
+ #
+ }
+
+ prbtestscore<-matrix(0,n,m1)
+ for(i in 1:n){
+   prbtestscore[i,]<- t(probability(theta[i],a,b))
+ }
+
+
+ #-----#
+ # Marginal Probabilities of Test Score
+ #-----#
+ freq <- colSums(prbtestscore)
+ freq <- cbind(matrix(0:m,m1,1),freq)          #[ 得点 | 度数分布]
+ if(frequency <- frequency){
+   dist <- freq[,2]/sum(freq[,2])             #相対度数分布
+   cumulative <- cumsum(freq[,2])             #累積度数分布
+   cum.relative <- cumulative/n               #累積相対度数分布
+   distribution <- data.frame(得点=freq[,1],度数=(freq[,2]),相対度数=dist,累積度数=cu
+ mulative,累積相対度数=cum.relative)
+   return(distribution)
+ }else{
+   temp <- round(freq[,2])                    #度数の小数点以下を四捨五入する
+   score <- rep(freq[,1],temp)                #度数分布表をベクトルに展開する
+   return(score)
+ }
+ }

```

これらの関数を使用するためには IRT の能力パラメタと項目パラメタが必要になる。ここでは、先ほどの推算値算出過程で求めた EAP 推定値を能力パラメタとして用いる。

データ確認

```
> theta <- res$PVs$EAP
```

```
> return(theta)
```

```
[1] -0.38586492  0.40258370  1.08720219  0.17293559  0.58449299 -0.03539405
```

```
> return(a)
```

```
[1] 0.6094160 1.0917787 0.9501805 0.6699834 0.7490380 0.6572640 0.9481141
```

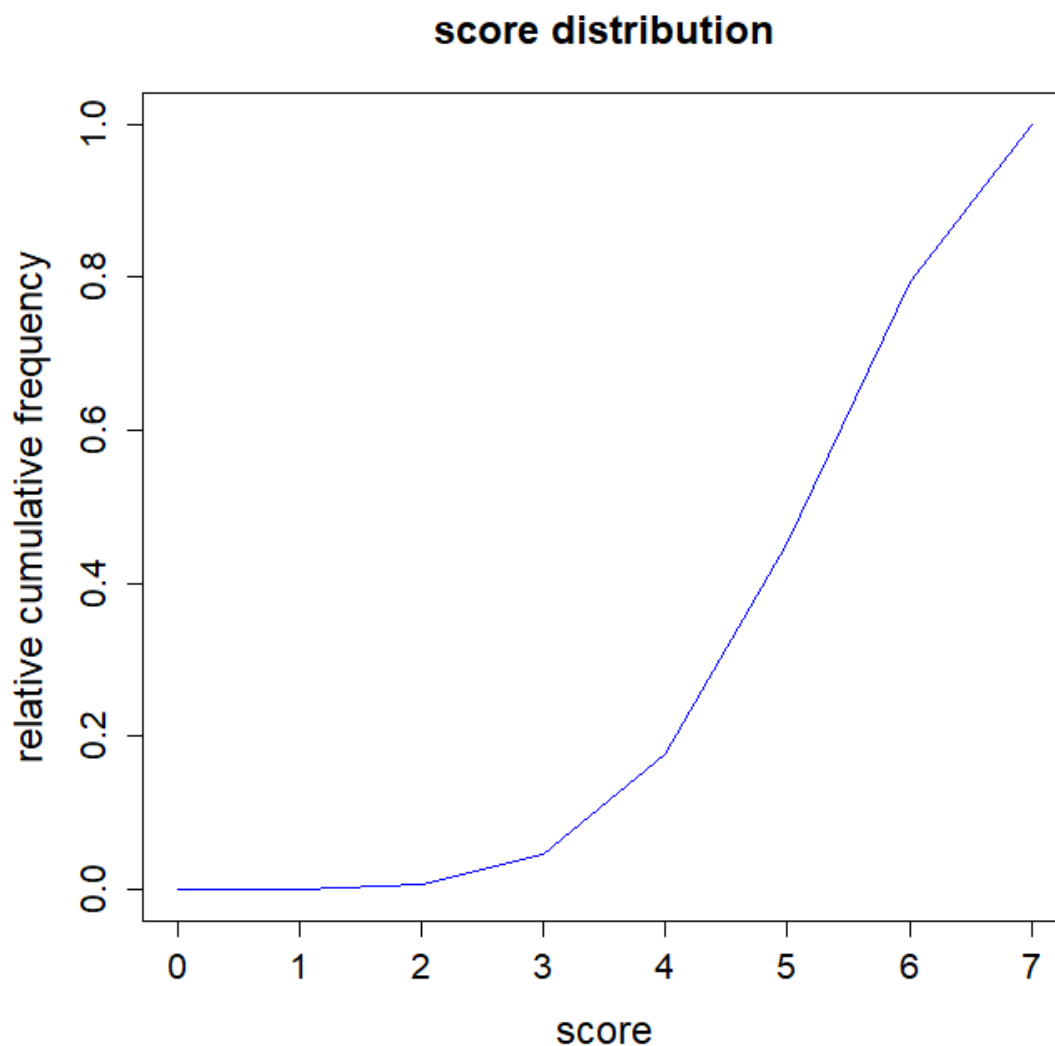
```
> return(b)
```

```
[1] -3.11094064 -0.91155817 -0.97494141 -1.84256804  0.03912065 -1.17843969
```

```
[7]  0.32083612
```

動作確認

```
> score.dist(theta, a, b)
```



```
> dist.data(theta, a, b)
```

	得点	度数	相对度数	累積度数	累積相对度数
1	0	0.0001079528	1.799214e-05	0.0001079528	1.799214e-05
2	1	0.0035551587	5.925265e-04	0.0036631115	6.105186e-04
3	2	0.0402192884	6.703215e-03	0.0438824000	7.313733e-03
4	3	0.2303368336	3.838947e-02	0.2742192335	4.570321e-02
5	4	0.7828081256	1.304680e-01	1.0570273591	1.761712e-01
6	5	1.6590356266	2.765059e-01	2.7160629858	4.526772e-01
7	6	2.0441160673	3.406860e-01	4.7601790530	7.933632e-01
8	7	1.2398209470	2.066368e-01	6.0000000000	1.000000e+00

資 料

平成29年10月12日

平成29年度文部科学省委託研究検討会 指導助言メモ

東北大学 柴山直

日時 10月12日(木) 15:00-18:00

場所 東京工業大学大岡山キャンパス西9号館W棟619

目的 学力調査を活用した専門的な課題分析に関する調査研究/B.経年変化分析調査を活用した本体調査の教科の設問の解答状況に関する調査研究/「経年変化分析調査との対応づけによる本体調査の年度間比較の試み」に関しての進捗状況報告とそれに対するテスト理論の専門的な立場からの指導・助言を受けた。

指導 東京工業大大学院社会理工学研究科 教授 前川 眞一 先生

内容

- 1) 研究の全体像説明
 - ① 等化・対応づけデザインとして整合性がとれている。
 - ② 結果の有用性も期待できる。
 - ③ 等化手法はさまざま試みるべし。
- 2) 経年変化分析調査における学習指導要領の変更の影響
 - (ア) 尺度内容の妥当性変化
 - ① 総体としての教科学力としてみれば影響はない。
 - ② 領域別になると変化は出てきて当然。
 - (イ) 一次元性の担保
 - ① 総体としての教科学力においては担保可能。
- 3) 本体調査と経年変化分析調査の実施時期のずれによる学力分布の変化の可能性
 - ① 各年度とも同様の実施時期のため変化はあっても無視できる。
- 4) IRTモデル利用を必ずしも前提としていない本体調査のIRT等化の妥当性
 - ① 構成概念上、両者はほぼ同じテストのためIRT等化は妥当。
- 5) 復元得点分布
 - ① IRT observed score distribution の日本語訳として適切と考える。
- 6) 復元得点分布をつかった等パーセンタイル法による対応づけ
 - ① 興味深いところみ。
 - ② 推定した θ そのものを使った方がよりデータ分布に近い分布が得られる。
- 7) 対応表の問題点
 - ① 学校単位での経年比較は誤差変動が大きいいため利用は避けた方がよい。
 - ② 都道府県規模での使用が適切。
 - ③ 換算方法のノウハウの提供が必要なのではないか。
- 8) アルゴリズムの検証方法について
 - ① 独立して開発された別プログラムで検証できる。
- 9) その他
 - ① 経年変動の見積もり時に効果量を導入した方がよい。

以上

資料2 文部科学省委託研究九州大ミーティング発表資料

資料 2-1 研究会の概略

平成29年度文部科学省学力調査を活用した専門的な課題分析に関する調査研究
B. 経年変化分析調査を活用した本体調査の教科の設問の解答状況に関する調査研究

経年変化分析調査との対応づけによる
本体調査の年度間比較の試み

東北大学大学院教育学研究科
柴山 直

平成29年12月18日(月)
於 九州大学アドミッションセンター

研究組織

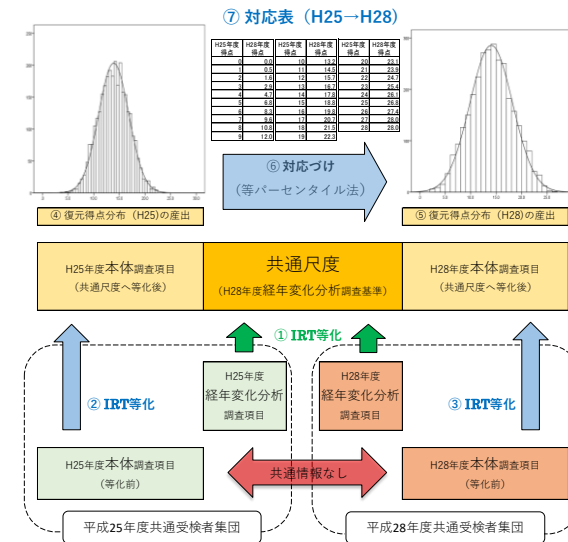
(2017/12/18現在)

- 研究代表者
 - 柴山直(東北大学)
 - 研究統括・企画・プログラム設計・プログラム開発・報告書作成
- 研究協力者
 - 佐藤喜一(九州大学)
 - 理論的検討・プログラム作動検証
 - 熊谷龍一(東北大学)
 - EasyEstimationによる母数推定
- 研究助手
 - 澁谷拓巳(東北大学) & 板宮千尋(東北大学)
 - プログラム開発・データハンドリング・データ分析他
- 研究補助
 - 江尻大亮(東北大学)
- 専門的指導助言
 - 前川真一(東京工業大学)
 - 安永和央(九州大学)
- 事務補佐
 - 紙屋雅子(東北大学)

本日の日程

- 9:30-10:00 柴山直
 - 「全体および進捗状況の説明」
- 10:00-11:00 板宮千尋
 - 「Lord & Wingersky(1984)のRecursion Formula による復元得点分布の産出プログラムについて」
- 11:00-12:00 澁谷拓巳
 - 「等パーセンタイル等化法のためのプログラム開発」
- 12:00-13:00 休憩
- 13:00-14:00 江尻大亮/澁谷拓巳
 - 「推算値の理論および産出プログラムの開発」
- 14:00-14:30 全体討論

研究概念図



資料 2-2 等パーセンタイル等化法のためのプログラム

平成29年度文部科学省委託研究費
研究打ち合わせ@九州大学伊都キャンパス
開催日：2017年12月18日

等パーセンタイル等化法のための プログラム開発

東北大学大学院教育学研究科
教育設計評価専攻 修士1年 澁谷拓巳

1

等パーセンタイル等化法

- テスト得点の**パーセンタイル順位**という指標を用い、同じ**パーセンタイル順位**の得点を**対応づけ**する方法。
- 今回はその得点に、IRT項目パラメタと能力パラメタとして標準正規乱数を用いて求めた**IRT observed score**を適用する。

2

パーセンタイル・パーセンタイル順位

- n 個の昇順に並んだデータ $\{x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_n\}$ が存在する。
- このとき、 x_k のパーセンタイル順位とは、小さい値から数えて何パーセントに位置するかを表す指標である。
- また、パーセンタイル順位を p とおくと、これ対応する値 x_k のことを p パーセンタイル と呼ぶ。

3

IRT observed score

- **IRT true score** とは異なり、観測値に基づいた得点分布が得られる。
- 素点分布に等パーセンタイル等化を用いるよりも安定した結果が得られる。
- 異なるテストのテスト得点を、どちらか一方のテストの尺度上で表現できる。

Han, Kolen & Pohlman (2009).

4

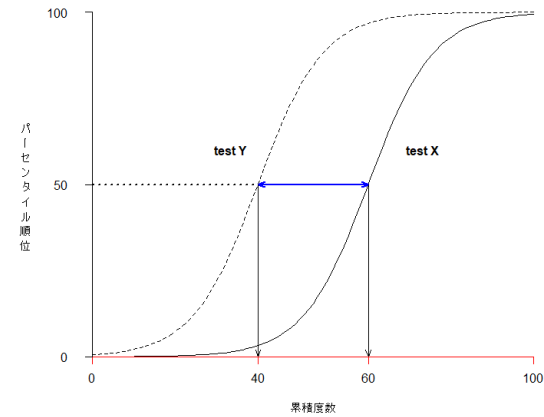
なぜ等パーセンタイル等化法なのか

- observed scoreを対応づけする方法には、各テストの平均を用いた方法や線形等化法などがある。
- しかし、異なるテストの得点比較においては、各テスト内での困難度の変化が一様に線形的な変化をすることは限らない。

☞線形等化よりも等パーセンタイル等化の方が適している。

5

概念図



7

Rによる計算アルゴリズム

- ① 度数, 離散確率密度, 累積離散確率密度, を計算する関数を作成し,
- ② ①の値を用いてパーセンタイル順位関数を作成し,
- ③ ②の逆関数としてのパーセンタイル関数を作成し,
- ④ テストYのパーセンタイル関数にテストXのパーセンタイル順位関数を代入する関数 (= 等化関数) を求め,
- ⑤ テストXの得点と, テストXのテストYへの等化関数の出力結果を行列として出力する。

6

等化関数を導出するための準備

8

テストXの項目数を m_X とし、テストXによって得られる受検者の正答数得点を x とすると、

$$x = 0, 1, \dots, m_X,$$

と表現できる。

受検生の数を N_X とし、そのうち得点が x であった受検生の数を n_x とすると、

- 離散密度関数(The discrete density function)

$$f(x) = \frac{n_x}{N_X},$$

- 離散累積分布関数(The discrete cumulative density function)

$$F(x) = \sum_{k=0}^x f(k).$$

Kolen & Brennan (2014)

9

パーセンタイル関数 (The percentile function)

- パーセンタイル順位関数の逆関数 P^{-1}

- 2通りの定義式が存在する。

✓ $x_U(p^*)$: p^* 以上の累積パーセントに対応する x のなかで最小の整数値 x_U^* を用いる。

✓ $x_L(p^*)$: p^* 以下の累積パーセントに対応する x のなかで最大の整数値 x_L^* を用いる。

- 一部のケースを除いて、どちらの値も一致する。

Kolen & Brennan (2014)

11

パーセンタイル順位関数 (The percentile rank function)

- テスト得点を入力すれば、その得点に対応するパーセンタイル順位が分かる。
- 連続変数に対して定義されている。

$$P(x) = \begin{cases} 100\{F(x^* - 1) + [x - (x^* - 0.5)][F(x^*) - F(x^* - 1)]\}, & -0.5 \leq x \leq m_X - 0.5, \\ 0, & x < -0.5, \\ 100, & x \geq m_X + 0.5. \end{cases}$$

Kolen & Brennan (2014)

10

1, $x_U(p^*)$

$$x_U(p^*) = P_U^{-1}(p^*)$$

$$= \frac{p^*/100 - F(x_U^* - 1)}{F(x_U^*) - F(x_U^* - 1)} + (x_U^* - 0.5),$$

$$= P_U^{-1}(p^*) = m_X + 0.5,$$

$$p^* = 100.$$

Kolen & Brennan (2014)

12

2, $x_L(p^*)$

$$\begin{aligned}
 x_L(p^*) &= P_L^{-1}(p^*) \\
 &= \frac{p^*/100 - F(x_L^*)}{F(x_L^* + 1) - F(x_L^*)} + (x_L^* + 0.5), \\
 &= P_L^{-1}(p^*) = -0.5, \quad 0 < p^* \leq 100, \\
 & \quad p^* = 0.
 \end{aligned}$$

Kolen & Brennan (2014)

13

等化関数(The equating function)

- テスト Y
 - m_Y : テスト Y の項目数
 - y : テスト Y の正答数得点
 - $g(y)$: y の離散密度関数
 - $G(y)$: y の離散累積分布関数
 - $Q(y)$: テスト Y のパーセンタイル順位関数
 - $Q^{-1}(y)$: テスト Y のパーセンタイル関数
- テスト X のテスト Y への等化関数
 - $e_Y(x) = y = Q^{-1}[F(x)]$, $-0.5 \leq x \leq m_X + 0.5$

15

2種類の定義式が一致しないケース

- $f(x) = 0$ となるような得点 x が存在している場合 (その正答数得点の受検者数が 0 の場合)。

- 慣例的に,

$$x = (x_U + x_L)/2,$$

という値がパーセンタイルとして用いられる。

Kolen & Brennan (2014)

14

等化関数(The equating function)

$$\begin{aligned}
 e_Y(x) &= Q^{-1}[F(x)] \\
 &= \frac{P(x)/100 - G(y_U^* - 1)}{G(y_U^*) - G(y_U^* - 1)} + (y_U^* - 0.5), \\
 & \quad 0 \leq P(x) < 100, \\
 &= m_X + 0.5, \quad P(x) = 100.
 \end{aligned}$$

16

等化関数の対称性

- テストXの等化関数,

$$e_Y(x) = y = Q^{-1}[F(x)],$$

は対称なので,

$$e_Y(x) = e_X^{-1}(x),$$

$$e_Y^{-1}(y) = e_X(y),$$

となり,

$$e_X(y) = x = F^{-1}[G(y)], \quad -0.5 \leq y \leq m_Y + 0.5.$$

である。

Kolen & Brennan (2014)

17

References

- Kolen, M. J., & Brennan, R. L. (2014). *Test equating, linking, and scaling: Methods and practices* (3rd ed.). New York: Springer-Verlag.
- Han, T., Kolen, M. J., & Pohlman, J. (1997). A comparison among IRT true- and observed-score equatings and traditional equipercentile equating. *Applied Measurement in Education*, 10(2), 205-121.

19

追証

Kolen & Brennan (2014)のTable2.7の出力結果との比較。

16 [17, 14.5240 14.5240
 17 [18, 15.7169 15.7169
 18 [19, 16.8234 16.8234
 19 [20, 18.0092 18.0092
 20 [21, 19.1647 19.1647
 21 [22, 20.3676 20.3676
 22 [23, 21.4556 21.4556
 23 [24, 22.6871 22.6871

2.7 Scale Scores 51

Table 2.7 Raw-to-raw score conversion tables

Form X	Score	e _X	e _Y	e _X ⁻¹	e _Y ⁻¹	Equipercentile
	0	[11,	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	1	[12,	0.9796	0.9796	0.9796	0.9796
	2	[13,	1.6462	1.6462	1.6462	1.6462
	3	[14,	2.2836	2.2836	2.2836	2.2836
	4	[15,	2.8932	2.8932	2.8932	2.8932
	5	[16,	3.4205	3.4205	3.4205	3.4205
	6	[17,	4.4997	4.4997	4.4997	4.4997
	7	[18,	5.5149	5.5149	5.5149	5.5149
	8	[19,	6.3124	6.3124	6.3124	6.3124
	9	[10,	7.2242	7.2242	7.2242	7.2242
	10	[11,	8.1607	8.1607	8.1607	8.1607
	11	[12,	9.1827	9.1827	9.1827	9.1827
	12	[13,	10.1859	10.1859	10.1859	10.1859
	13	[14,	11.2513	11.2513	11.2513	11.2513
	14	[15,	12.3896	12.3896	12.3896	12.3896
	15	[16,	13.3896	13.3896	13.3896	13.3896
	16	[17,	14.5240	14.5240	14.5240	14.5240
	17	[18,	15.7169	15.7169	15.7169	15.7169
	18	[19,	16.8234	16.8234	16.8234	16.8234
	19	[20,	18.0092	18.0092	18.0092	18.0092
	20	[21,	19.1647	19.1647	19.1647	19.1647
	21	[22,	20.3676	20.3676	20.3676	20.3676
	22	[23,	21.4556	21.4556	21.4556	21.4556
	23	[24,	22.6871	22.6871	22.6871	22.6871
	24	[25,	23.1129	23.1129	23.1129	23.1129
	25	[26,	24.1129	24.1129	24.1129	24.1129
	26	[27,	25.0781	25.0781	25.0781	25.0781
	27	[28,	26.0172	26.0172	26.0172	26.0172
	28	[29,	27.1016	27.1016	27.1016	27.1016
	29	[30,	28.2126	28.2126	28.2126	28.2126
	30	[31,	29.1248	29.1248	29.1248	29.1248
	31	[32,	30.1305	30.1305	30.1305	30.1305
	32	[33,	31.1297	31.1297	31.1297	31.1297
	33	[34,	32.1187	32.1187	32.1187	32.1187
	34	[35,	33.0781	33.0781	33.0781	33.0781
	35	[36,	34.0172	34.0172	34.0172	34.0172
	36	[37,	35.1016	35.1016	35.1016	35.1016
	37	[38,	36.2126	36.2126	36.2126	36.2126
	38	[39,	37.1248	37.1248	37.1248	37.1248
	39	[40,	38.1321	38.1321	38.1321	38.1321
	40	[41,	39.0807	39.0807	39.0807	39.0807
	41	[42,	39.9006	39.9006	39.9006	39.9006

18

資料 2-3 Recursion Formula による復元得点分布の生成

平成29年度文部科学省委託研究費
 研究打ち合わせ@九州大学伊都キャンパス
 開催日：2017年12月18日

Recursion Formulaを用いた 復元得点分布の産出プログラムについて

東北大学大学院教育学研究科
 教育設計評価専攻 修士1年 板宮千尋

復元得点分布産出の流れ

= IRT observed-score distribution

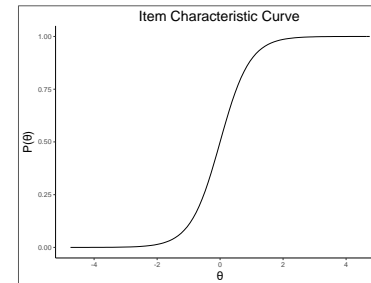
- ① 能力 θ_i の受検者がとりうる得点の確率分布を求める
- ② 受検者全員分の得点分布を求める
- ③ 受検者集団全体の得点分布を求める (周辺化)
- ④ ヒストグラムの描画

Lord & Wingersky(1984)の Recursion Formula

IRTモデル (2PLM)

項目特性曲線 (能力 θ の受検者が項目 j に正答する確率)

$$P_j(\theta) = \frac{1}{1 + \exp(-Da_j(\theta - b_j))}, \quad (-\infty < \theta < \infty)$$



a_j : 項目識別力パラメタ
 b_j : 項目困難度パラメタ
 θ : 能力パラメタ
 D : 尺度因子 (=1.7)

① 能力 θ_i の受検者がとりうる得点の確率分布を求める

r 番目の項目に対する能力 θ_i の受検者の正答確率 $P_r(\theta_i)$



r 番目の項目までで能力 θ_i の受検者がとりうる得点の確率分布

Lord & Wingersky(1984)の Recursion Formula

Recursion Formulaの一般式

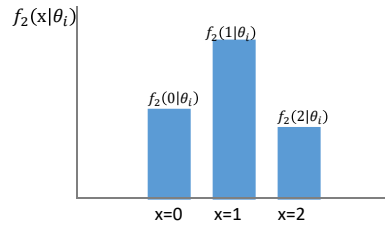
$$f_r(x|\theta_i) = \begin{cases} f_{r-1}(x|\theta_i)(1 - P_r), & (x=0), \\ f_{r-1}(x|\theta_i)(1 - P_r) + f_{r-1}(x-1|\theta_i)P_r, & (0 < x < r), \\ f_{r-1}(x-1|\theta_i)P_r, & (x=r), \end{cases}$$

Recursion Formulaの考え方

項目数2の場合

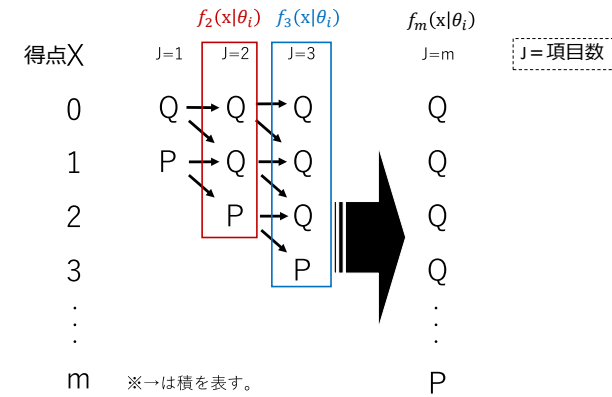
$$f_2(x|\theta_i) = \begin{cases} f_2(0|\theta_i) = (1 - P_1)(1 - P_2), \\ f_2(1|\theta_i) = P_1(1 - P_2) + (1 - P_1)P_2, \\ f_2(2|\theta_i) = P_1P_2, \end{cases}$$

項目反応パターン	
0,0	
1,0 0,1	
1,1	



P_1 : 能力 θ_i の受検者が項目1に正答する確率
 P_2 : 能力 θ_i の受検者が項目2に正答する確率
 x : 正答数得点 (正解した項目数)

Recursion Formula

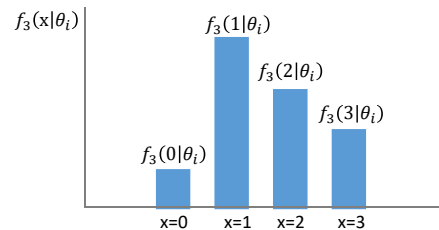


Recursion Formulaの考え方

項目数3の場合 (Recursion Formula)

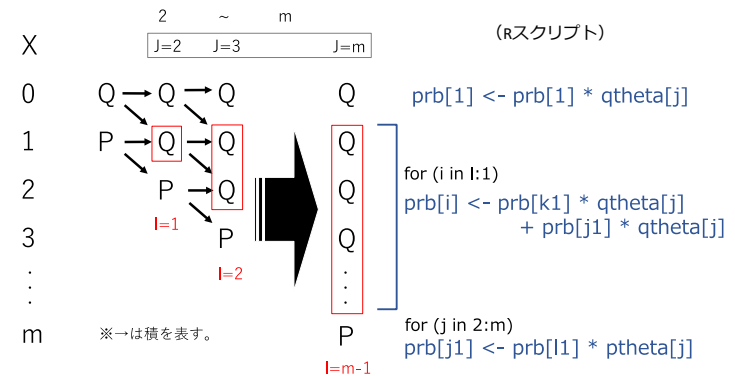
$$f_3(x|\theta_i) = \begin{cases} f_3(0|\theta_i) = f_2(0|\theta_i)(1 - P_3), \\ f_3(1|\theta_i) = f_2(1|\theta_i)(1 - P_3) + f_2(0|\theta_i)P_3, \\ f_3(2|\theta_i) = f_2(2|\theta_i)(1 - P_3) + f_2(1|\theta_i)P_3, \\ f_3(3|\theta_i) = f_2(2|\theta_i)P_3, \end{cases}$$

項目反応パターン		
0,0,0		
1,0,0 0,1,0 0,0,1		
1,1,0 1,0,1 0,1,1		
1,1		



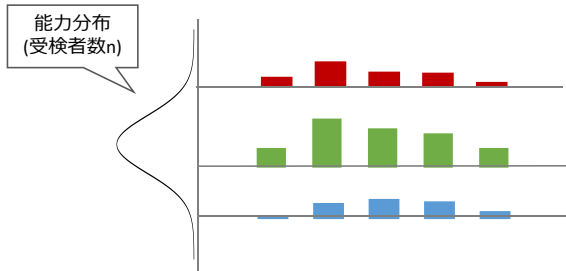
P_3 : 能力 θ_i の受検者が項目3に正答する確率
 x : 正答数得点 (正解した項目数)

Recursion Formula



② 受検者全員分の得点分布を求める

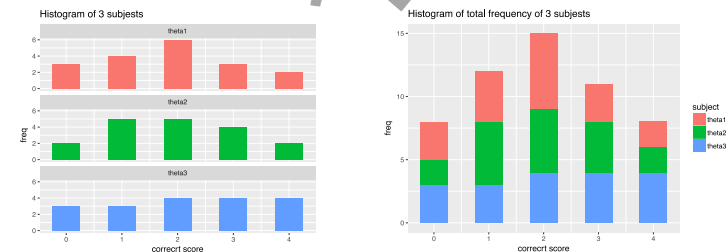
すべての受検者について、それぞれがとりうる得点の確率分布を求める



③ 受検者集団全体の得点分布を求める

受検者数3の場合

すべての受検者の分布を
足し合わせる (周辺化)



項目数 r のテストに
対する任意の能力 θ_i の
受検者の得点分布

受検者全体の得点分布

(Rスクリプト)

```
prbtestscore<-matrix(0,n,m1)
for(i in 1:n){
  prbtestscore[i,]<- t(probability(theta[i],a,b))
}
```

受検者数n

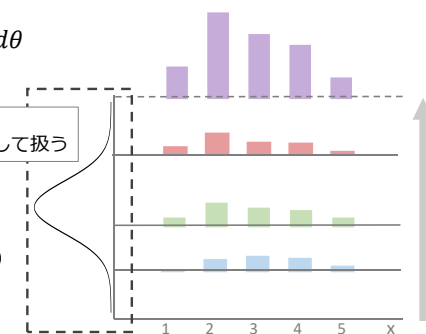
	x (正答数得点) (m+1個)					
	0	1	2	...	m	
i=1	$f(0 \theta_1)$	$f(1 \theta_1)$	$f(2 \theta_1)$...	$f(m \theta_1)$	$=f(x \theta_1)$
2	$f(0 \theta_2)$	$f(1 \theta_2)$			$f(m \theta_2)$	$=f(x \theta_2)$
3	$f(0 \theta_3)$	$f(1 \theta_3)$			$f(m \theta_3)$	$=f(x \theta_3)$
⋮	⋮	⋮			⋮	⋮
⋮	⋮	⋮			⋮	⋮
n	$f(0 \theta_n)$	$f(1 \theta_n)$	$f(2 \theta_n)$...	$f(m \theta_n)$	$=f(x \theta_n)$

周辺化 (計算式)

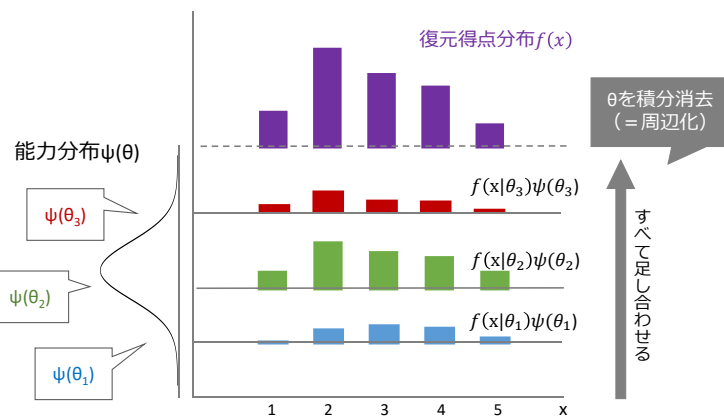
$$f(x) = \int_{\theta} f(x|\theta) \psi(\theta) d\theta$$

能力は
離散分布として扱う

$$f(x) = \sum_i f(x|\theta_i) \psi(\theta_i)$$



周辺化 (イメージ図)



④ ヒストグラムの描画

1. 度数分布を表す行列を作る

	freq	得点	度数
0	$f(0)$	0	$f(0)$
1	$f(1)$	1	$f(1)$
2	$f(2)$	2	$f(2)$
⋮	⋮	⋮	⋮
m	$f(m)$	m	$f(m)$

2. 度数の小数点以下を四捨五入する

```
temp <- round(freq[,2])
```

```
freq <- cbind(matrix(0:m,m1,1),freq)
```

(Rスクリプト)

```
freq <- t(prbtestscore) %*% matrix(1,n,1)
```

	1	2	⋯	n
0	$f(0 \theta_1)$	$f(0 \theta_2)$	⋯	$f(0 \theta_n)$
1	$f(1 \theta_1)$	$f(1 \theta_2)$	⋯	$f(1 \theta_n)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
m	$f(m \theta_1)$	$f(m \theta_2)$	⋯	$f(m \theta_n)$

足し合わせる

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \text{freq} \\ f(0) \\ f(1) \\ \vdots \\ f(m) \end{matrix}$$

(1がn個)

④ ヒストグラムの描画

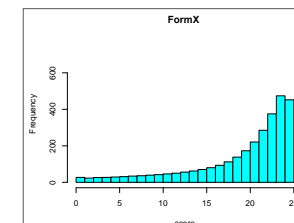
3. 度数分布表をベクトルに展開する

得点 x
0,0,0,1,1,2,2,2,.....m-1,m-1,m,m,m,m

n個

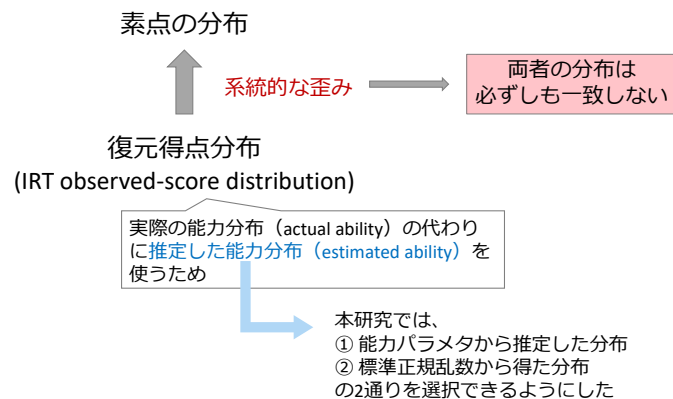
```
score <- rep(freq[,1],temp)
```

4. 度数分布のヒストグラムを近似的に描画する



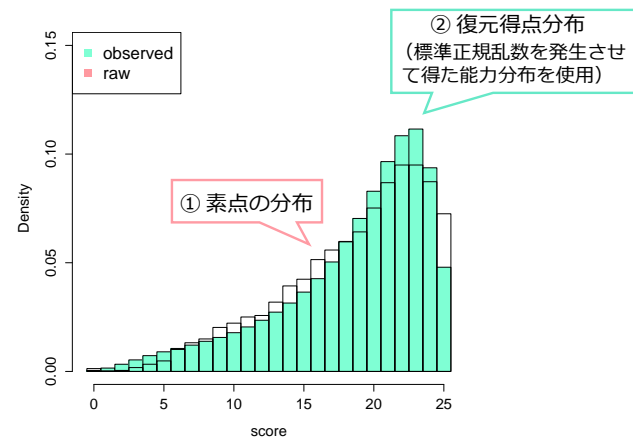
```
quartz()
hist(score,ylim=c(0,n/4),
breaks=seq(0,mx,1),col=
color,main=name)
```

素点の分布との違い



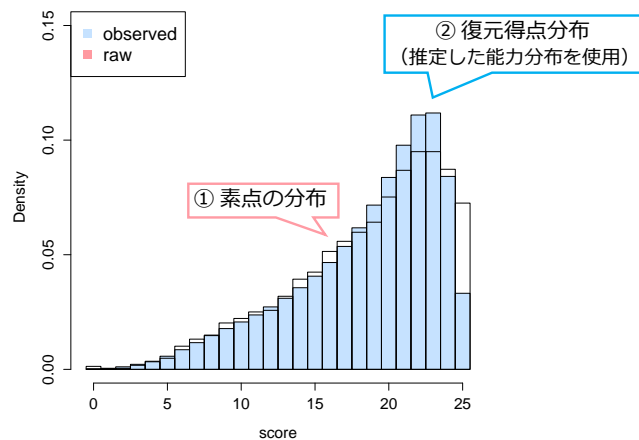
素点の分布と復元得点分布を重ねると

(標準正規乱数を発生させて得た能力分布を使用した場合)



素点の分布と復元得点分布を重ねると

(推定した能力分布を使用した場合)



復元得点分布を求める関数①

(ヒストグラムを描画する関数)

```
score.dist <-  
function(theta=r,a,b,name="test",color="#00ffff")
```

→ 描画するヒストグラムのタイトルや色が指定できる

(累積相対度数分布を描画する関数)

```
observedscore.hist <-  
function(theta,ax,bx,color="black",max.x=max(score,  
na.rm = TRUE), TYPE="l",LTY=1,name="cumulative frequency  
distribution",sname="")
```

→ 復元得点分布の累積相対度数分布を曲線で描画

復元得点分布を求める関数②

(情報をデータフレームで出力する関数)

```
dist.data <- function(theta,a,b)
```

→ 復元得点分布の度数・相対度数・累積度数・累積相対
度数をデータフレーム形式で出力

Reference

Han, T. J., Kolen, M., & Pohlman, J. (1997). A Comparison Among IRT True- and Observed- Score Equatings and Traditional Equipercentile Equating. *Applied Measurement in Education*, 10, 105-121.

Kolen, M. J., & Brennan, R. L. (2014). *Test equating, linking, and scaling: Methods and practices* (3rd ed.). New York: Springer-Verlag.

Lord, F. M., & Wingersky, M. S. (1984). Comparison of IRT true-score and equipercentile observed-score "equatings". *Applied Psychological Measurement*, 8, 452-461.

柴山 直 (2011). 全国規模の学力調査における重複テスト分冊法適用の
試み

平成29年度文部科学省委託研究費
研究打ち合わせ@九州大学伊都キャンパス
開催日：2017年12月18日

推算値 (Plausible Values; PVs)

東北大学教育学部 3年
江尻大亮

東北大学大学院教育学研究科
教育設計評価専攻 修士1年 澁谷拓巳

1

もくじ

- 推算値とは
- IRT（項目反応理論）推定事後分布の導出
- フォンノイマンの棄却法についての確認
- 推算値算出のためのRによるアルゴリズム

2

推算値(Plausible Values)とは

- 受検者個人のIRT推定能力分布から、**無作為に**取り出した**複数個の能力値(PVs)**のこと。
- 集団統計量を推定する上で、**個人の能力値の不確実性**を考慮できる。
- MLE推定値やEAP推定値にくらべ、項目が少ない場合にも母集団に関する統計量を偏りなく推定できる。

3

推算値の算出(※)に必要な手順

- ① 受検者の能力値に関する**推定事後分布**を求める。
 - ② 推定事後分布からの任意の数のPVs（今回は10個）をランダムドロウする。
- ☞今回は①に区間求積の中の**ガウス・エルミート求積法**を、②の疑似乱数発生方法に**フォンノイマン棄却法**を用いる。

4

ベイズの定理

事後分布

Bを仮定した上での、Aの現れる確率密度関数

事前分布

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$$

A (観測値, 反応パターン) が所与の時の
B (能力分布, θ) の確率分布

5

推算値を得るための事後分布

$$h(\theta|x) = \frac{f(x|\theta)g(\theta)}{\int f(x|\theta)g(\theta)d\theta}$$

ある項目反応パターンについての、
能力分布全域にわたる確率, $P(x)$

今回は、
ガウス求積 (ガウス・エルミート求積)
を用いて計算する

柴山 (2013)

7

事後分布導出の準備

θ ~ 受検者の能力パラメタ

$x = x_1, x_2, \dots, x_n$ ~ 項目反応パターンベクトル

$f(x|\theta)$ ~ IRTモデル
 θ が所与のとき、項目反応パターン x の条件付き
確率密度関数

$g(\theta)$ ~ 事前分布

$$h(\theta|x) = \frac{f(x|\theta)g(\theta)}{\int f(x|\theta)g(\theta)d\theta} \sim \text{事後分布}$$

6

ガウス・エルミート求積 (Gauss-Hermite quadrature)

- ガウス求積
 - ✓ 積分を、有限数(n)のサンプル点 (求積点, ノード) を定めて、その点における適切な値 (重み) を利用して、数値的に求める。
 - ✓ 求積点が等間隔ではなく、効率よく、精度の高い値を得られる。
- 求積点と重み
 - ✓ 積分区間が $-\infty < b < a < \infty$ までの分布に適用できる積分公式が、ガウス・エルミートの積分公式
 - ✓ 求積点を求めるために用いられる式のひとつがエルミート直交多項式。
 - ✓ 重みを求める関数の一種が $w(x) = e^{-x^2}$

8

ガウス・エルミート求積法を用いた事後分布の近似計算

$$h(\theta|x) = \frac{f(x|\theta)g(\theta)}{\int f(x|\theta)g(\theta) d\theta}, \quad (a)$$

この確率密度関数 $f(x|\theta)$ を対数化し、エルミート・ガウス求積法における、求積点 X_k と重み $A(X_k)$ を用いて近似計算する。このとき、反応 x と、求積点 X_k は全く異なる。

いま、項目 j への正答確率を P 、誤答確率を Q とし、対数化した確率密度関数 $L(X_k)$ を、

$$\begin{aligned} L(X_k) &= \prod_{j=1}^n P(X_f)^{x_j} Q(X_f)^{1-x_j}, \quad (b) \\ &= \sum_{j=1}^n P(X_f)x_j + Q(X_f)(1-x_j), \end{aligned}$$

とおく。

(※ X_k と X_f の違いに注意)

村木 (2011)

9

この $L(X_k)$ と求積点 X_k における重み $A(X_k)$ を (a) 式に代入すると、

$$h(X_f|x) = \frac{L(X_k)A(X_f)}{\sum_{j=1}^F L(X_k)A(X_f)}, \quad (c)$$

が得られる。ただし、 X_f ($f = 1, 2, \dots, F$) とする。

(b) を代入して、

$$= \frac{\prod_{j=1}^n P(X_f)^{x_j} Q(X_f)^{1-x_j} A(X_f)}{\sum_{f=1}^F \prod_{j=1}^n P(X_f)^{x_j} Q(X_f)^{1-x_j} A(X_f)}, \quad (d)$$

を得る。この (c) や (d) が推算値を求めるための推定事後分布の近似分布である。

10

疑似乱数の発生

- 分布は求めたので、次はランダムドローの方法を探る。
- 推算値は推定事後分布から無作為抽出（ランダム・サンプリング）した値。
- つまり、事後分布に従う疑似乱数を発生させればよい。
- 分布関数の逆関数を用いても発生させられるが、逆関数が必ずしも得られるとは限らない。

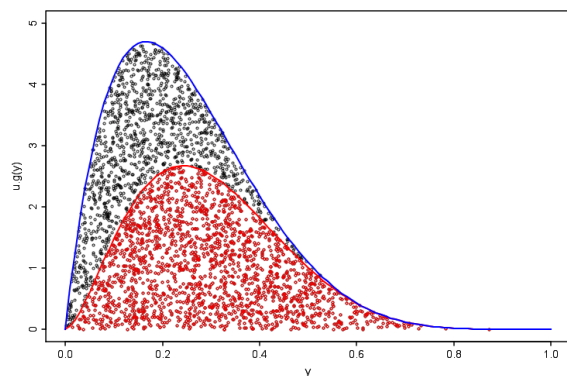
11

フォンノイマンの棄却法 (von Neumann rejection sampling)

- 与えられた分布の定義域と閾値の最大・最小値にあわせて発生させた一様乱数を発生させる。
- 疑似乱数を発生させたい分布関数の内側に入るものを採択、外側に入るものを棄却する。
 - メリット
 - ✓ 古典的な手法ではあるが、ほとんどの形状の分布に対応している。
 - デメリット
 - ✓ 計算に時間がかかる。

12

棄却法の実例



江尻大亮さん（学部生）による図。

13

Reference

- 松浦健太郎 (2016). StanとRでベイズ統計モデリング 共立出版
- 村木英治 (2011). 項目反応理論 朝倉書店
- ロバート・C. P., カセーラ, G., 石田基広・石田和枝 (2012). Rによるモンテカルロ法入門 丸善出版
- 柴山直 (2013). 全国規模の学力調査におけるマトリックス・サンプリングにもとづく集団統計量の推定について

15

Rによる推算値算出のためのアルゴリズム

- ① 求積点と重みの代入,
- ② 事後分布を求める関数を導入（ただし対数化した確率密度関数を用いる）,
- ③ 受検者能力値（EAP）の ± 4.75 を定義域に、 $0 \sim$ 受験者能力分布の最大確率密度を閾値に取る一様乱数を発生,
- ④ 推算値を10個得るまで、棄却サンプリングを行う。

14

資料 3 H25 年度集団を H28 年度に復元した得点と H28 年度集団の素得点の度数分布表

資料 3-1 小学校国語

H28年度（復元得点分布）：H28(H28)/H25(H28)

正答数	復元度数
0	54.740
1	406.620
2	1360.700
3	3039.640
4	5458.710
5	8627.880
6	12503.410
7	16975.350
8	21935.340
9	27333.500
10	33182.710
11	39527.830
12	46406.600
13	53817.010
14	61691.990
15	69875.540

正答数	復元度数
16	78092.790
17	85902.210
18	92616.620
19	97191.750
20	98115.080
21	93388.160
22	80861.450
23	59565.530
24	32674.150
25	9690.680
合計	1130295.990

※予測値のため小数点以下
第3位まで表示

H28年度（素得点分布）

正答数	度数
0	904
1	1,350
2	2,670
3	4,735
4	7,416
5	10,906
6	14,442
7	18,427
8	22,250
9	26,891
10	30,836
11	36,043
12	41,568
13	47,160
14	53,203
15	59,882

正答数	度数
16	67,044
17	73,209
18	79,873
19	83,968
20	87,257
21	85,212
22	77,135
23	61,699
24	38,059
25	13,587
合計	1,045,726

※実測数のため実表示

資料 3-2 小学校算数

小学校 算数

H28年度：H28(H28)/H25(H28)

正答数	復元度数	正答数	復元度数
0	282.706	16	51826.711
1	957.831	17	58477.519
2	1876.637	18	65453.483
3	3013.575	19	72598.612
4	4486.495	20	79678.682
5	6382.136	21	86298.237
6	8707.538	22	91694.782
7	11425.042	23	94331.173
8	14486.083	24	91375.355
9	17853.516	25	78980.085
10	21517.168	26	55673.072
11	25499.358	27	28170.333
12	29847.948	28	8600.975
13	34620.220	29	1146.497
14	39864.345		
15	45603.885	合計	1130730.000

※予測値のため小数点以下 第3位まで表示

小学校 算数

H28年度（素得点分布）

正答数	度数	正答数	度数
0	1301	16	50268
1	1793	17	54764
2	2820	18	60692
3	4413	19	64969
4	6402	20	69588
5	8603	21	73982
6	11382	22	76460
7	14229	23	76999
8	17235	24	74777
9	20676	25	65878
10	23733	26	48321
11	27421	27	26496
12	31453	28	9208
13	35479	29	1480
14	40064		
15	45477	合計	1,046,363

※実測数のため実表示

資料 3-3 中学校国語

中学校 国語

H28年度：H28(H28)/H25(H28)

正答数	復元度数	正答数	復元度数
0	80.961	22	19206.731
1	297.229	23	21660.804
2	580.821	24	24373.567
3	848.031	25	27383.136
4	1093.096	26	30736.722
5	1355.811	27	34487.492
6	1664.953	28	38688.527
7	2026.750	29	43384.732
8	2439.503	30	48601.936
9	2905.236	31	54328.307
10	3432.265	32	60478.711
11	4033.491	33	66831.236
12	4724.186	34	72930.154
13	5520.030	35	77963.693
14	6435.293	36	80653.100
15	7481.532	37	79247.250
16	8667.494	38	71834.709
17	10000.365	39	57333.919
18	11487.661	40	37304.510
19	13138.745	41	17252.719
20	14965.476	42	4153.809
21	16982.307		
合計		1088997.000	

※予測値のため小数点以下第3位まで表示

中学校 国語

H28年度（素得点分布）

正答数	度数	正答数	度数
0	694	22	19454
1	348	23	22310
2	440	24	24645
3	500	25	27645
4	712	26	31540
5	972	27	34816
6	1349	28	38252
7	1646	29	42944
8	2106	30	47264
9	2450	31	52159
10	2906	32	56613
11	3479	33	60970
12	4257	34	65768
13	4870	35	69218
14	5931	36	70771
15	7101	37	69083
16	8475	38	64049
17	9788	39	55088
18	11154	40	41514
19	13154	41	24728
20	15077	42	9324
21	17155		
合計		1,042,719	

※実測数のため実表示

資料 3-4 中学校数学

中学校 数学

H28年度：H28(H28)/H25(H28)

正答数	復元度数	正答数	復元度数
0	206.117	26	28744.291
1	889.944	27	28960.600
2	2111.765	28	29119.552
3	3792.187	29	29233.078
4	5834.287	30	29312.943
5	8085.656	31	29369.174
6	10325.526	32	29409.479
7	12352.008	33	29439.722
8	14064.540	34	29464.706
9	15473.065	35	29488.226
10	16654.574	36	29511.762
11	17701.586	37	29532.180
12	18688.228	38	29539.256
13	19658.109	39	29513.245
14	20627.176	40	29421.487
15	21592.669	41	29212.431
16	22542.045	42	28806.309
17	23459.456	43	28083.907
18	24329.804	44	26877.491
19	25140.934	45	24970.168
20	25884.358	46	22114.390
21	26554.779	47	18102.334
22	27149.003	48	12974.465
23	27665.020	49	7411.965
24	28101.883	50	2866.798
25	28460.421	51	533.901

合計 1089359.000

※予測値のため小数点以下第3位まで表示

中学校 数学

H28年度（素得点分布）

正答数	度数	正答数	度数
0	1341	26	29098
1	1189	27	29821
2	2130	28	30065
3	3546	29	30371
4	5126	30	30477
5	6635	31	30857
6	7495	32	30524
7	8705	33	30567
8	9715	34	30785
9	10871	35	30712
10	12007	36	30078
11	12977	37	30572
12	14116	38	30574
13	15261	39	30438
14	16359	40	29903
15	17492	41	29778
16	18586	42	28519
17	20045	43	27770
18	21136	44	25993
19	22348	45	24103
20	23289	46	21199
21	24978	47	17651
22	25733	48	13296
23	26793	49	9161
24	27774	50	4774
25	28704	51	1492

合計 1042929

※実測数のため実表示

資料4 対応づけ可能性分析

資料 4-1 平成 25 年度本体調査・経年変化分析調査の項目数・信頼性・相関

小学校・国語	項目数	信頼性係数 (α)	本体調査 全体	本体調査 A問題	本体調査 B問題
本体調査・全体	28	0.855	1.000	0.943	0.877
本体調査・A問題	18	0.783	0.943	1.000	0.668
本体調査・B問題	10	0.735	0.877	0.668	1.000
経年調査・分冊 1	14	0.758	0.750	0.703	0.665
経年調査・分冊 2	14	0.788	0.754	0.695	0.680

小学校・算数	項目数	信頼性係数 (α)	本体調査 全体	本体調査 A問題	本体調査 B問題
本体調査・全体	32	0.876	1.000	0.933	0.918
本体調査・A問題	19	0.795	0.933	1.000	0.713
本体調査・B問題	13	0.787	0.918	0.713	1.000
経年調査・分冊 1	17	0.799	0.813	0.773	0.733
経年調査・分冊 2	15	0.772	0.787	0.730	0.735

中学校・国語	項目数	信頼性係数 (α)	本体調査 全体	本体調査 A問題	本体調査 B問題
本体調査・全体	41	0.889	1.000	0.976	0.848
本体調査・A問題	32	0.859	0.976	1.000	0.714
本体調査・B問題	9	0.692	0.848	0.714	1.000
経年調査・分冊 1	21	0.797	0.793	0.772	0.669
経年調査・分冊 2	20	0.798	0.791	0.768	0.685

中学校・数学	項目数	信頼性係数 (α)	本体調査 全体	本体調査 A問題	本体調査 B問題
本体調査・全体	52	0.938	1.000	0.979	0.920
本体調査・A問題	36	0.913	0.979	1.000	0.821
本体調査・B問題	16	0.843	0.920	0.821	1.000
経年調査・分冊 1	20	0.847	0.860	0.853	0.772
経年調査・分冊 2	19	0.865	0.869	0.846	0.806

資料 4-2 平成 28 年度本体調査・経年変化分析調査の項目数・信頼性・相関（小学校）

小学校・国語	項目数	信頼性係数 (α)	本体調査 全体	本体調査 A問題	本体調査 B問題
本体調査・全体	25	0.839	1.000	0.975	0.855
本体調査・A問題	15	0.783	0.975	1.000	0.718
本体調査・B問題	10	0.680	0.855	0.718	1.000
経年調査・分冊 1	12	0.772	0.787	0.761	0.695
経年調査・分冊 2	12	0.701	0.787	0.731	0.645
経年調査・分冊 3	12	0.769	0.768	0.748	0.666
経年調査・分冊 4	12	0.734	0.765	0.743	0.655
経年調査・分冊 5	12	0.700	0.771	0.736	0.686
経年調査・分冊 6	12	0.776	0.769	0.743	0.667
経年調査・分冊 7	12	0.751	0.792	0.767	0.687
経年調査・分冊 8	12	0.738	0.808	0.782	0.712
経年調査・分冊 9	12	0.767	0.779	0.758	0.668
経年調査・分冊 1 0	12	0.783	0.758	0.733	0.661
経年調査・分冊 1 1	12	0.709	0.754	0.723	0.682
経年調査・分冊 1 2	12	0.755	0.780	0.760	0.675
経年調査・分冊 1 3	12	0.704	0.749	0.723	0.653

小学校・算数	項目数	信頼性係数 (α)	本体調査 全体	本体調査 A問題	本体調査 B問題
本体調査・全体	29	0.871	1.000	0.937	0.908
本体調査・A問題	16	0.818	0.937	1.000	0.704
本体調査・B問題	13	0.735	0.908	0.704	1.000
経年調査・分冊 1	16	0.767	0.774	0.733	0.692
経年調査・分冊 2	16	0.697	0.755	0.723	0.676
経年調査・分冊 3	16	0.785	0.825	0.772	0.745
経年調査・分冊 4	16	0.777	0.792	0.732	0.741
経年調査・分冊 5	16	0.783	0.811	0.770	0.729
経年調査・分冊 6	16	0.775	0.760	0.709	0.685
経年調査・分冊 7	16	0.798	0.807	0.760	0.737
経年調査・分冊 8	16	0.707	0.762	0.715	0.685
経年調査・分冊 9	16	0.793	0.791	0.745	0.705
経年調査・分冊 1 0	16	0.751	0.768	0.718	0.690
経年調査・分冊 1 1	16	0.779	0.792	0.723	0.736
経年調査・分冊 1 2	16	0.727	0.752	0.721	0.670
経年調査・分冊 1 3	16	0.747	0.764	0.709	0.699

資料 4-3 平成 28 年度本体調査・経年変化分析調査の項目数・信頼性・相関（中学校）

中学校・国語	項目数	信頼性係数 (α)	本体調査 全体	本体調査 A問題	本体調査 B問題
本体調査・全体	42	0.884	1.000	0.975	0.855
本体調査・A問題	33	0.847	0.975	1.000	0.718
本体調査・B問題	9	0.707	0.855	0.718	1.000
経年調査・分冊 1	16	0.786	0.787	0.761	0.695
経年調査・分冊 2	16	0.739	0.787	0.731	0.645
経年調査・分冊 3	16	0.753	0.768	0.748	0.666
経年調査・分冊 4	16	0.756	0.765	0.743	0.655
経年調査・分冊 5	16	0.734	0.771	0.736	0.686
経年調査・分冊 6	16	0.752	0.769	0.743	0.667
経年調査・分冊 7	16	0.759	0.792	0.767	0.687
経年調査・分冊 8	16	0.817	0.808	0.782	0.712
経年調査・分冊 9	16	0.772	0.779	0.758	0.668
経年調査・分冊 1 0	16	0.737	0.758	0.733	0.661
経年調査・分冊 1 1	16	0.749	0.754	0.723	0.682
経年調査・分冊 1 2	16	0.766	0.780	0.760	0.675
経年調査・分冊 1 3	16	0.763	0.749	0.723	0.653

中学校・数学	項目数	信頼性係数 (α)	本体調査 全体	本体調査 A問題	本体調査 B問題
本体調査・全体	51	0.936	1.000	0.983	0.902
本体調査・A問題	36	0.917	0.983	1.000	0.806
本体調査・B問題	15	0.799	0.902	0.806	1.000
経年調査・分冊 1	20	0.847	0.864	0.845	0.781
経年調査・分冊 2	20	0.870	0.871	0.856	0.782
経年調査・分冊 3	20	0.862	0.859	0.839	0.785
経年調査・分冊 4	20	0.852	0.858	0.840	0.782
経年調査・分冊 5	20	0.843	0.872	0.855	0.793
経年調査・分冊 6	20	0.856	0.870	0.844	0.814
経年調査・分冊 7	20	0.842	0.860	0.842	0.786
経年調査・分冊 8	20	0.850	0.852	0.832	0.773
経年調査・分冊 9	20	0.868	0.868	0.845	0.795
経年調査・分冊 1 0	20	0.840	0.851	0.833	0.778
経年調査・分冊 1 1	20	0.826	0.840	0.828	0.751
経年調査・分冊 1 2	20	0.829	0.836	0.815	0.762
経年調査・分冊 1 3	20	0.874	0.884	0.867	0.800

資料 4-4 平成 25 年度対応づけ得点の信頼性の下界と上界

小学校・国語	共通尺度	
	本体調査・全体	
	下界	上界
経年調査・分冊 1	0.667	0.707
経年調査・分冊 2	0.670	0.712

小学校・算数	共通尺度	
	本体調査・全体	
	下界	上界
経年調査・分冊 1	0.728	0.778
経年調査・分冊 2	0.702	0.744

中学校・国語	共通尺度	
	本体調査・全体	
	下界	上界
経年調査・分冊 1	0.707	0.745
経年調査・分冊 2	0.705	0.744

中学校・数学	共通尺度	
	本体調査・全体	
	下界	上界
経年調査・分冊 1	0.782	0.812
経年調査・分冊 2	0.792	0.824

資料 4-5 平成 28 年度対応づけ得点の信頼性の下界と上界（小学校）

小学校・国語	共通尺度	
	本体調査 全体	
	下界	上界
経年調査・分冊 1	0.701	0.760
経年調査・分冊 2	0.701	0.760
経年調査・分冊 3	0.683	0.734
経年調査・分冊 4	0.680	0.731
経年調査・分冊 5	0.686	0.739
経年調査・分冊 6	0.684	0.736
経年調査・分冊 7	0.707	0.768
経年調査・分冊 8	0.722	0.790
経年調査・分冊 9	0.693	0.749
経年調査・分冊 1 0	0.674	0.722
経年調査・分冊 1 1	0.670	0.717
経年調査・分冊 1 2	0.694	0.750
経年調査・分冊 1 3	0.666	0.711

小学校・算数	共通尺度	
	本体調査 全体	
	下界	上界
経年調査・分冊 1	0.688	0.729
経年調査・分冊 2	0.671	0.707
経年調査・分冊 3	0.740	0.797
経年調査・分冊 4	0.706	0.752
経年調査・分冊 5	0.726	0.778
経年調査・分冊 6	0.675	0.712
経年調査・分冊 7	0.721	0.772
経年調査・分冊 8	0.678	0.715
経年調査・分冊 9	0.705	0.750
経年調査・分冊 1 0	0.683	0.722
経年調査・分冊 1 1	0.707	0.753
経年調査・分冊 1 2	0.668	0.704
経年調査・分冊 1 3	0.679	0.717

資料 4-6 平成 28 年度対応づけ得点の信頼性の下界と上界（中学校）

中学校・国語	共通尺度	
	本体調査 全体	
	下界	上界
経年調査・分冊 1	0.701	0.740
経年調査・分冊 2	0.701	0.740
経年調査・分冊 3	0.683	0.717
経年調査・分冊 4	0.680	0.714
経年調査・分冊 5	0.686	0.721
経年調査・分冊 6	0.684	0.718
経年調査・分冊 7	0.707	0.747
経年調査・分冊 8	0.722	0.767
経年調査・分冊 9	0.693	0.731
経年調査・分冊 1 0	0.674	0.706
経年調査・分冊 1 1	0.670	0.701
経年調査・分冊 1 2	0.694	0.731
経年調査・分冊 1 3	0.666	0.696

中学校・数学	共通尺度	
	本体調査 全体	
	下界	上界
経年調査・分冊 1	0.786	0.818
経年調査・分冊 2	0.795	0.828
経年調査・分冊 3	0.780	0.812
経年調査・分冊 4	0.778	0.809
経年調査・分冊 5	0.797	0.831
経年調査・分冊 6	0.793	0.827
経年調査・分冊 7	0.781	0.812
経年調査・分冊 8	0.771	0.801
経年調査・分冊 9	0.791	0.824
経年調査・分冊 1 0	0.770	0.800
経年調査・分冊 1 1	0.758	0.786
経年調査・分冊 1 2	0.753	0.780
経年調査・分冊 1 3	0.812	0.848

資料 5 H25 年度得点を H28 年度得点に換算するための対応表

資料 5-1 対応表：小学校国語

小学校 国語				
H25年度 素得点	H28年度 換算点	累積度数	相対累積 度数(%)	パーセンタイル 順位
0	1.786	1699	0.150	0.075
1	2.872	4201	0.372	0.261
2	3.798	8771	0.776	0.574
3	4.769	16497	1.460	1.118
4	5.762	27953	2.473	1.966
5	6.767	44019	3.894	3.184
6	7.779	65085	5.758	4.826
7	8.783	91089	8.059	6.909
8	9.770	122240	10.815	9.437
9	10.745	158843	14.053	12.434
10	11.702	200687	17.755	15.904
11	12.640	247972	21.939	19.847
12	13.560	300687	26.603	24.271
13	14.450	357772	31.653	29.128
14	15.304	419243	37.091	34.372
15	16.137	484577	42.872	39.982
16	16.945	552481	48.879	45.876
17	17.729	622401	55.065	51.972
18	18.490	693303	61.338	58.202
19	19.223	764785	67.662	64.500
20	19.946	834692	73.847	70.755
21	20.646	900848	79.700	76.774
22	21.325	961548	85.070	82.385
23	22.007	1015422	89.837	87.454
24	22.655	1059793	93.762	91.800
25	23.309	1093332	96.730	95.246
26	24.008	1115706	98.709	97.719
27	24.573	1126922	99.701	99.205
28	25.326	1130296	100.000	99.851

資料 5-2 対応表：小学校算数

小学校 算数				
H25年度 素得点	H28年度 換算点	累積度数	相対累積 度数(%)	パーセンタイ ル順位
0	0.697	941	0.083	0.042
1	1.580	1839	0.163	0.123
2	2.143	3051	0.270	0.216
3	2.781	4871	0.431	0.350
4	3.499	7382	0.653	0.542
5	4.181	10985	0.971	0.812
6	4.937	15825	1.400	1.186
7	5.740	22341	1.976	1.688
8	6.586	31022	2.744	2.360
9	7.448	42049	3.719	3.231
10	8.330	56258	4.975	4.347
11	9.237	73273	6.480	5.728
12	10.152	93702	8.287	7.384
13	11.077	117689	10.408	9.348
14	12.003	145313	12.851	11.630
15	12.922	176591	15.617	14.234
16	13.838	212251	18.771	17.194
17	14.746	251798	22.269	20.520
18	15.645	296078	26.185	24.227
19	16.532	344199	30.440	28.313
20	17.394	396867	35.098	32.769
21	18.241	453619	40.117	37.608
22	19.082	515223	45.566	42.841
23	19.916	580641	51.351	48.458
24	20.741	649821	57.469	54.410
25	21.560	722654	63.910	60.690
26	22.364	797383	70.519	67.215
27	23.162	872394	77.153	73.836
28	23.962	945623	83.629	80.391
29	24.770	1013300	89.615	86.622
30	25.582	1070103	94.638	92.126
31	26.460	1111091	98.263	96.451
32	27.497	1130730	100.000	99.132

資料 5-3 対応表：中学校国語

中学校 国語				
H25年度 素得点	H28年度 換算点	累積度数	相対累積 度数(%)	パーセンタイ ル順位
0	1.778	1077	0.099	0.049
1	2.948	1597	0.147	0.123
2	3.605	2243	0.206	0.176
3	4.283	3079	0.283	0.244
4	5.029	4150	0.381	0.332
5	5.894	5669	0.521	0.451
6	6.898	7778	0.714	0.617
7	7.941	10259	0.942	0.828
8	8.978	13282	1.220	1.081
9	10.025	16899	1.552	1.386
10	11.041	20900	1.919	1.735
11	12.035	25657	2.356	2.138
12	13.023	31075	2.854	2.605
13	14.011	37492	3.443	3.148
14	14.995	44775	4.112	3.777
15	15.980	53374	4.901	4.506
16	16.973	63255	5.809	5.355
17	17.954	74339	6.826	6.317
18	18.930	87082	7.997	7.411
19	19.906	101468	9.318	8.657
20	20.872	117517	10.791	10.054
21	21.842	135924	12.482	11.636
22	22.814	156416	14.363	13.422
23	23.781	179318	16.466	15.415
24	24.741	204683	18.796	17.631
25	25.702	233268	21.420	20.108
26	26.660	264819	24.318	22.869
27	27.611	299791	27.529	25.923
28	28.561	338868	31.117	29.323
29	29.516	382850	35.156	33.137
30	30.467	431334	39.608	37.382
31	31.410	484915	44.529	42.068
32	32.347	543512	49.909	47.219
33	33.285	608390	55.867	52.888
34	34.229	678577	62.312	59.090
35	35.178	753684	69.209	65.761
36	36.134	831028	76.311	72.760
37	37.100	907760	83.357	79.834
38	38.082	978079	89.815	86.586
39	39.087	1035164	95.057	92.436
40	40.142	1073283	98.557	96.807
41	41.285	1088997	100.000	99.279

資料 5-4a 対応表：中学校数学（前半）

中学校 数学				
H25年度 素得点	H28年度 換算点	累積度数	相対累積 度数(%)	パーセンタイ ル順位
0	1.468	2133	0.196	0.098
1	2.250	3222	0.296	0.246
2	2.723	4884	0.448	0.372
3	3.296	7567	0.695	0.571
4	3.953	11712	1.075	0.885
5	4.742	17873	1.641	1.358
6	5.592	25854	2.373	2.007
7	6.440	35390	3.249	2.811
8	7.272	46166	4.238	3.743
9	8.117	58374	5.359	4.798
10	8.964	71305	6.546	5.952
11	9.802	85023	7.805	7.175
12	10.645	99694	9.152	8.478
13	11.495	115121	10.568	9.860
14	12.351	131653	12.085	11.327
15	13.220	148998	13.678	12.881
16	14.099	167368	15.364	14.521
17	14.989	186695	17.138	16.251
18	15.893	207127	19.014	18.076
19	16.808	228525	20.978	19.996
20	17.736	251065	23.047	22.012
21	18.681	274811	25.227	24.137
22	19.641	299563	27.499	26.363
23	20.615	325354	29.867	28.683
24	21.603	352156	32.327	31.097
25	22.602	379743	34.859	33.593
26	23.615	408294	37.480	36.170
27	24.642	437574	40.168	38.824
28	25.683	467644	42.928	41.548
29	26.738	498296	45.742	44.335
30	27.805	529548	48.611	47.177

資料 5-4b 対応表：中学校数学（後半）

中学校 数学				
H25年度 素得点	H28年度 換算点	累積度数	相対累積 度数(%)	パーセンタイ ル順位
31	28.878	560905	51.489	50.050
32	29.964	593083	54.443	52.966
33	31.055	624919	57.366	55.905
34	32.151	657548	60.361	58.863
35	33.264	690441	63.380	61.871
36	34.382	723397	66.406	64.893
37	35.494	756043	69.403	67.904
38	36.604	788925	72.421	70.912
39	37.713	821516	75.413	73.917
40	38.809	853657	78.363	76.888
41	39.895	885546	81.291	79.827
42	40.970	916744	84.154	82.723
43	42.029	946974	86.929	85.542
44	43.067	975745	89.571	88.250
45	44.092	1003071	92.079	90.825
46	45.105	1027897	94.358	93.218
47	46.094	1049087	96.303	95.331
48	47.057	1066030	97.858	97.081
49	48.000	1078101	98.967	98.413
50	48.932	1085400	99.637	99.302
51	49.866	1088615	99.932	99.784
52	50.802	1089359	100.000	99.966

資料6 復元得点分布を利用した全国における学力分布の年度間比較の例

表記法

H25(raw)	: H25 の実データ分布そのもの グラフは黒点線
H28(raw)	: H28 の実データ分布そのもの グラフは黒実線
/	: (項目パラメタ群) / (尺度値群) 使う尺度値群が H25 の場合はグラフは赤, 使う尺度値群が H28 の場合はグラフは青
H25(H28)	: H28 年度基準の尺度(共通尺度上)で表現した H25 項目パラメタまたは尺度値

例

H25(H28)/H25(H28)	: H28 年度基準の共通尺度上で表現された H25 年度項目パラメタ群に H28 年度基準の共通尺度上で表現された H25 年度尺度値群 を代入 して復元した H25 年度分布 グラフは赤
H28(H28)/H25(H28)	: H28 年度基準の共通尺度上で表現された H28 年度項目パラメタ群 H28 年度項目パラメタそのものに H28 年度基準の共通尺度上で表 現された H25 年度尺度値群を代入して復元した H28 年度分布 グラフは赤
H25(H25)/H25(H25)	: H25 年度項目パラメタと尺度値を使って復元した H25 年度分布

H25(raw) vs H25(H25)/H25(H25) のグラフ :

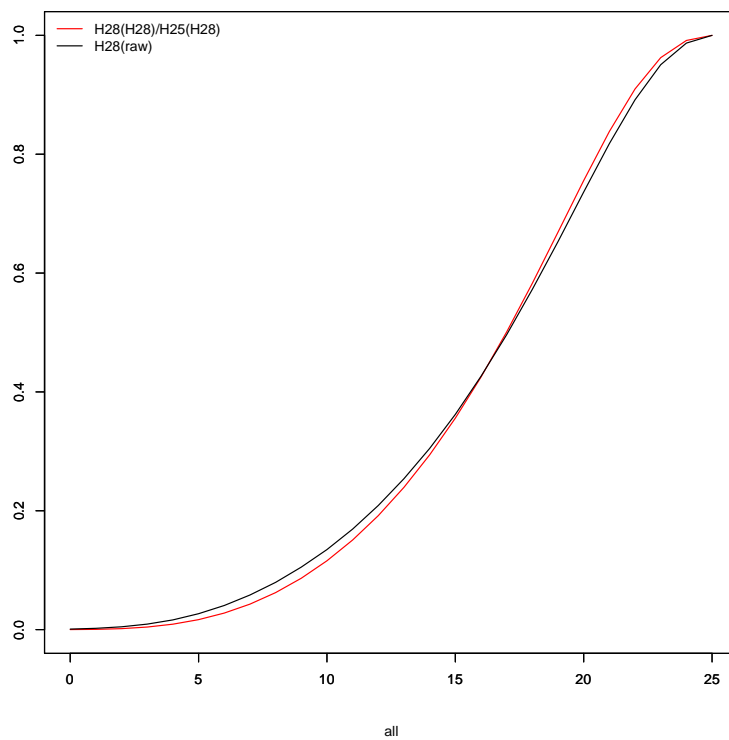
: H25 における実データ分布に対する復元得点分布の精度を見積もるためのグラフ
黒点線 対 赤

H28(raw) vs H28(H28)/H28(H28)のグラフ :

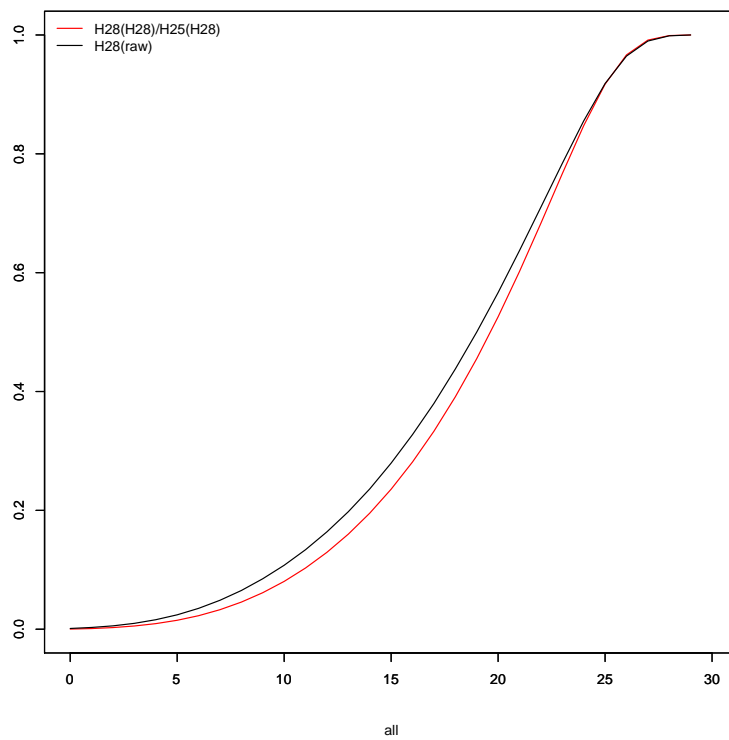
: 上と同様 黒実線 対 青

※尺度値 θ は EAP (expected a posteriori) 推定法による推定値を利用している

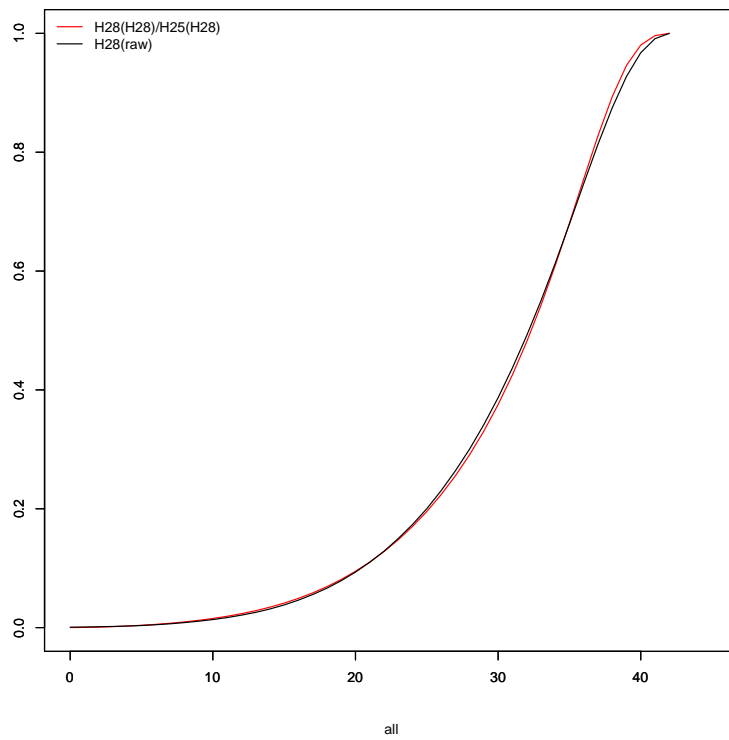
資料 6-1 全国の年度間比較 小学校・国語



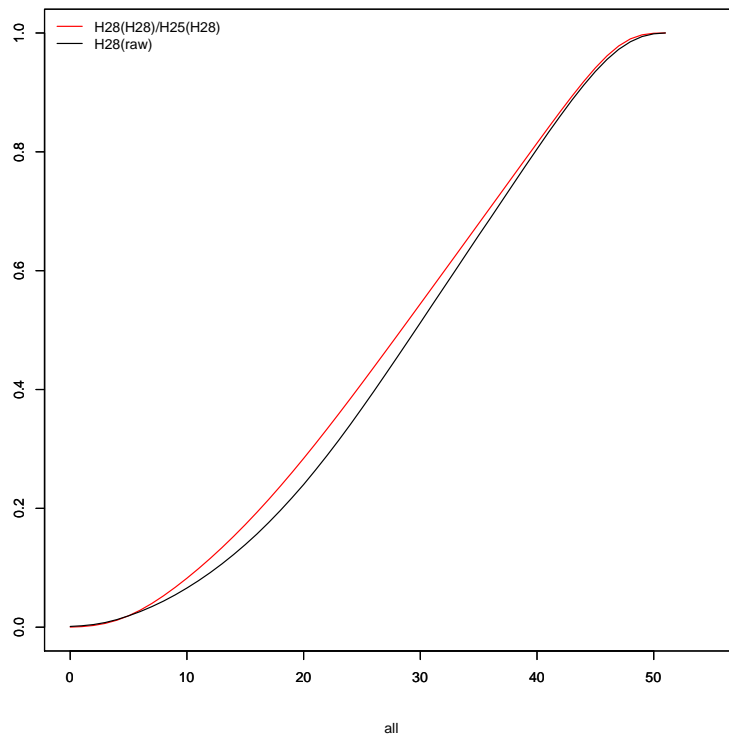
資料 6-2 全国の年度間比較 小学校・算数



資料 6-3 全国の年度間比較 中学校・国語

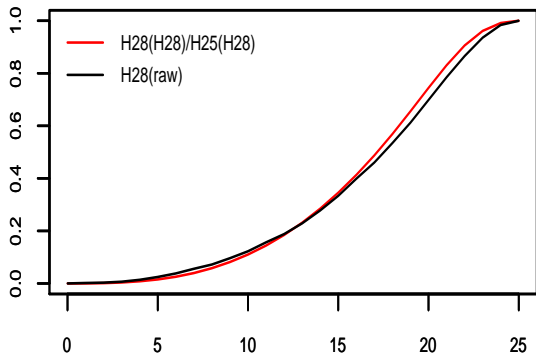


資料 6-4 全国の年度間比較 中学校・数学

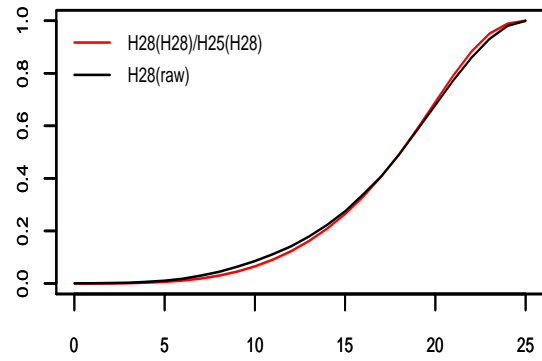


資料7 復元得点分布を利用した都道府県（匿名化済み）における学力分布の年度間比較の例

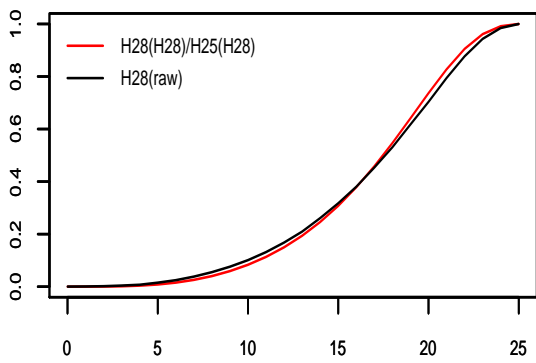
資料 7-1 都道府県別の年度間比較 小学校・国語



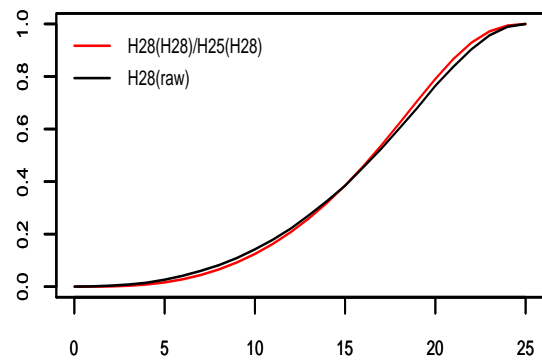
1



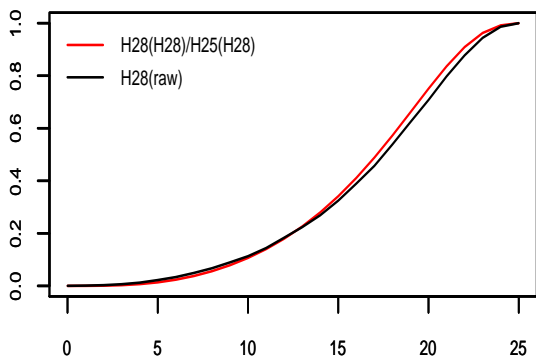
2



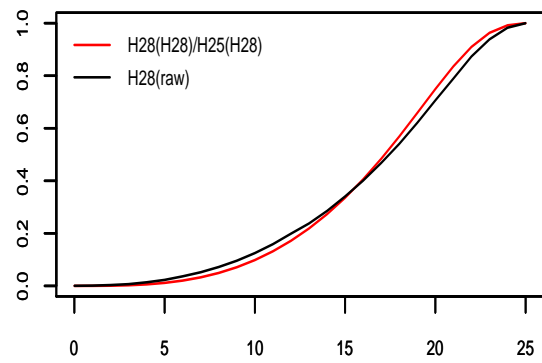
3



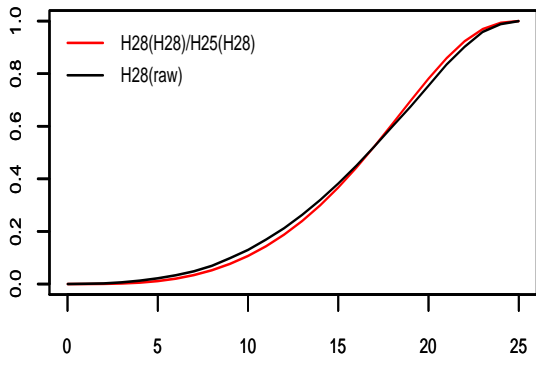
4



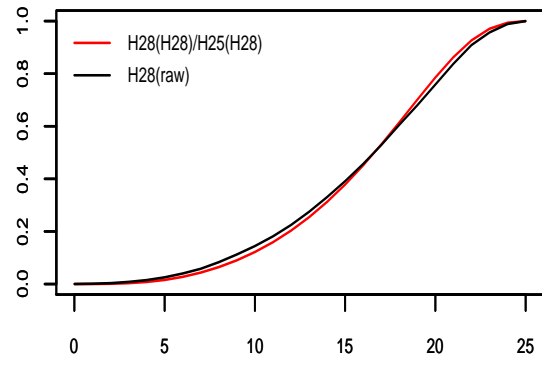
5



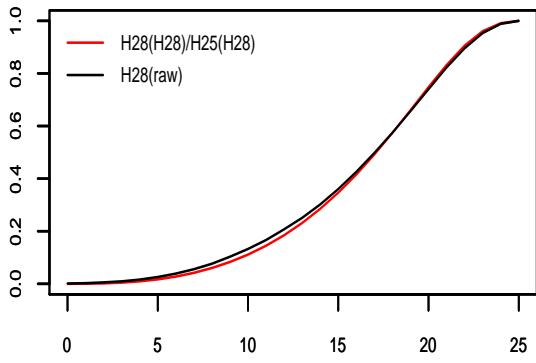
6



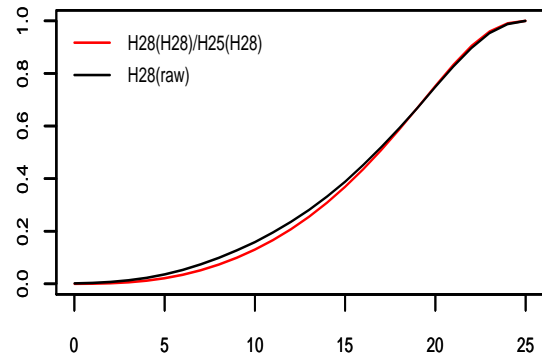
7



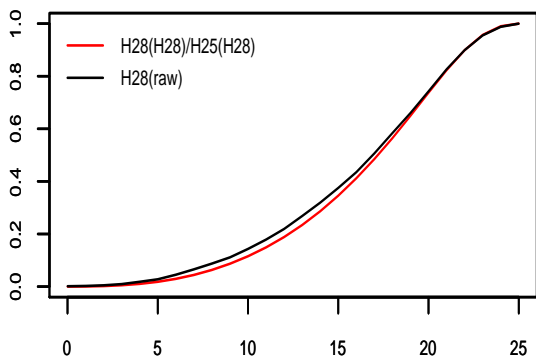
8



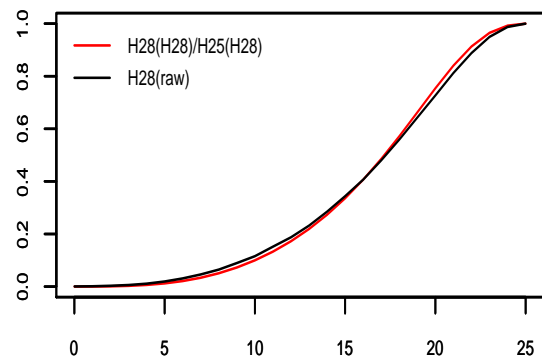
9



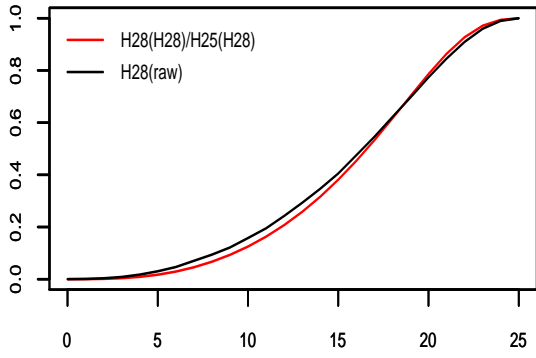
10



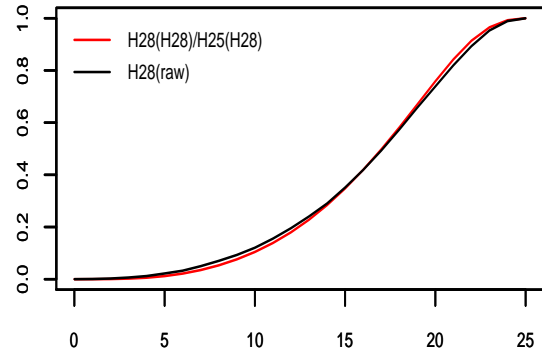
11



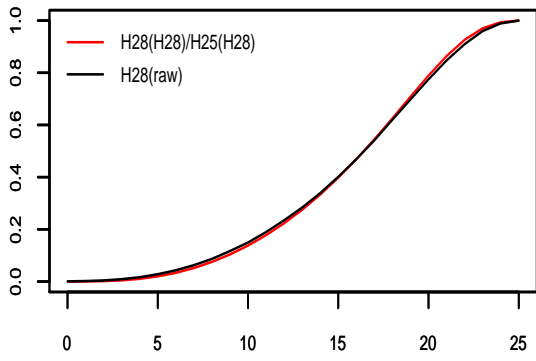
12



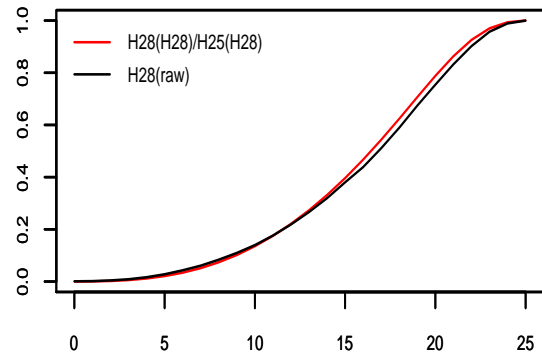
13



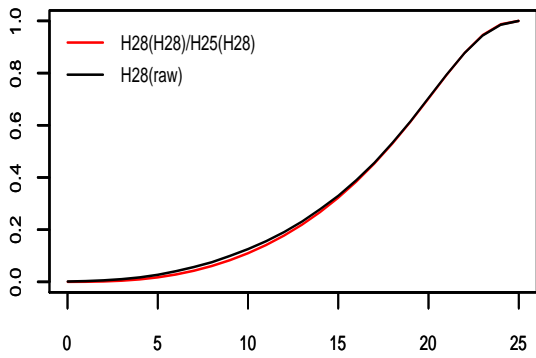
14



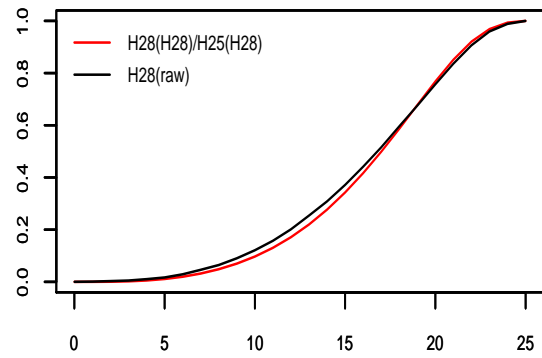
15



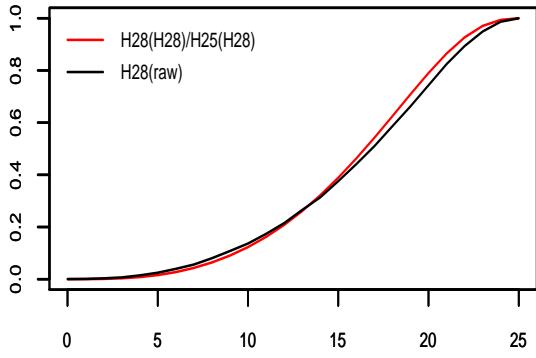
16



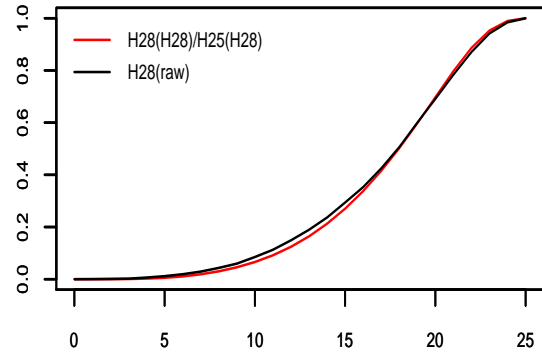
17



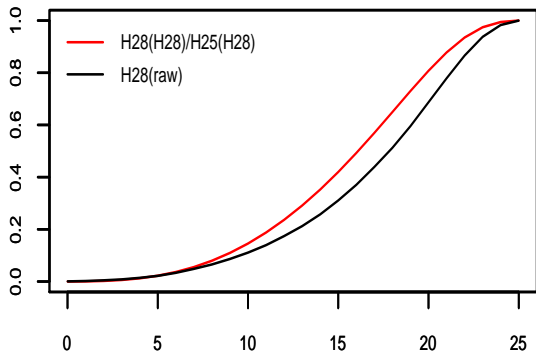
18



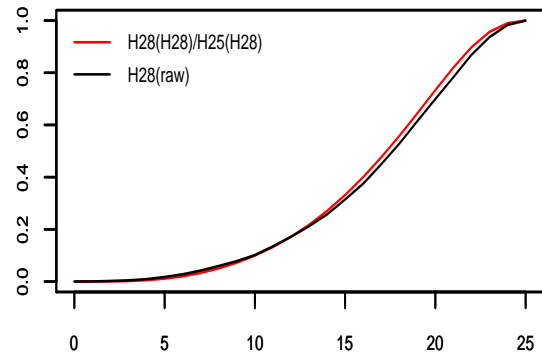
19



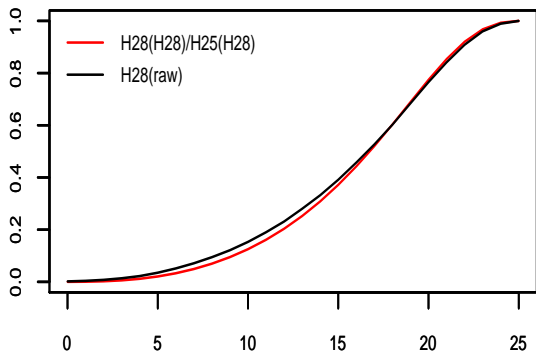
20



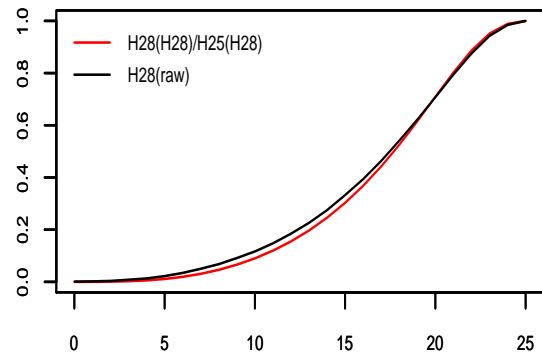
21



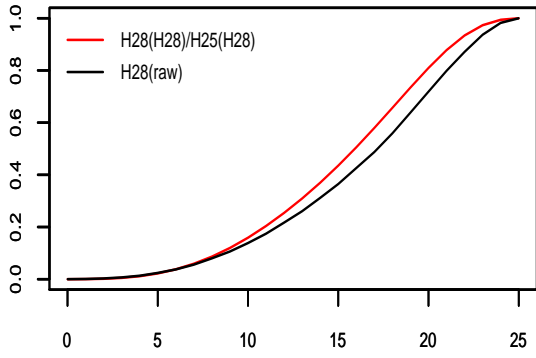
22



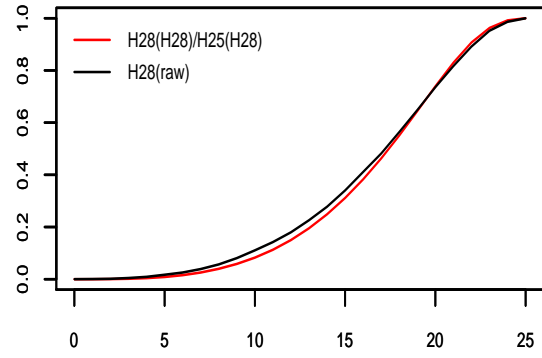
23



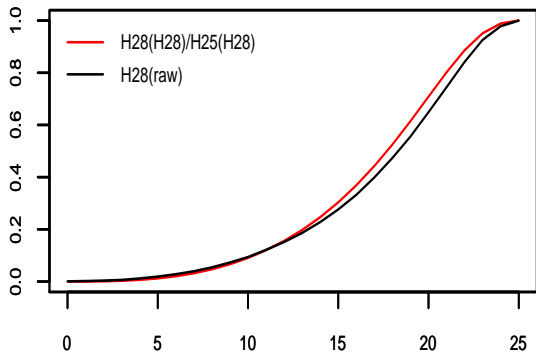
24



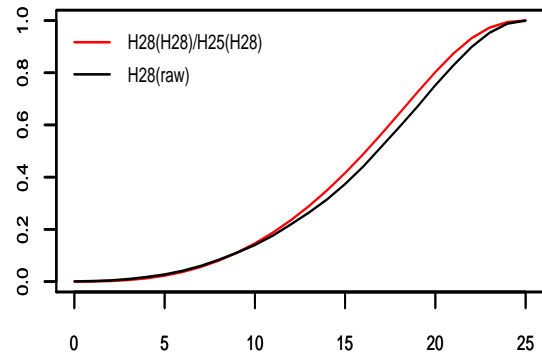
25



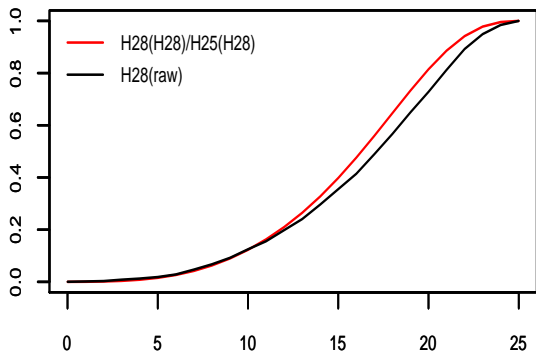
26



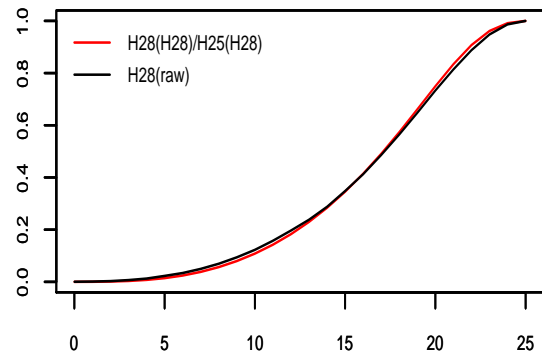
27



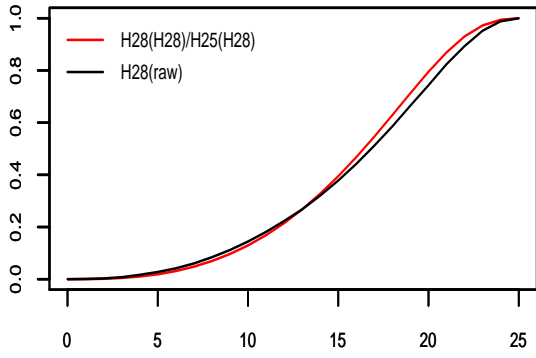
28



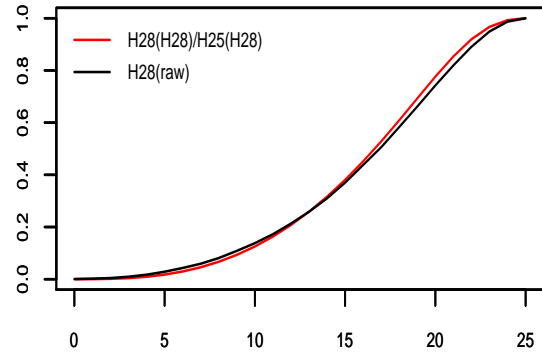
29



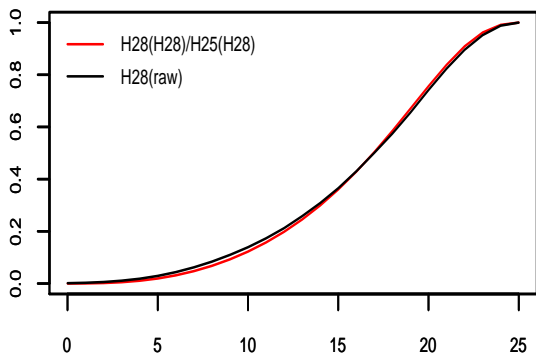
30



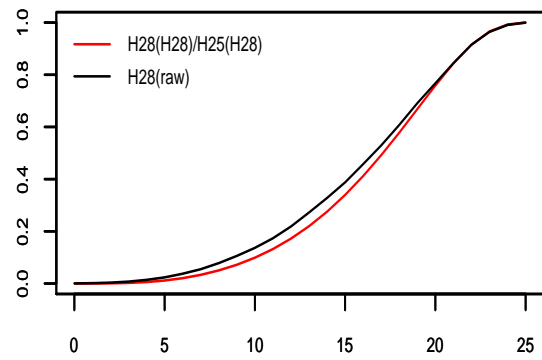
31



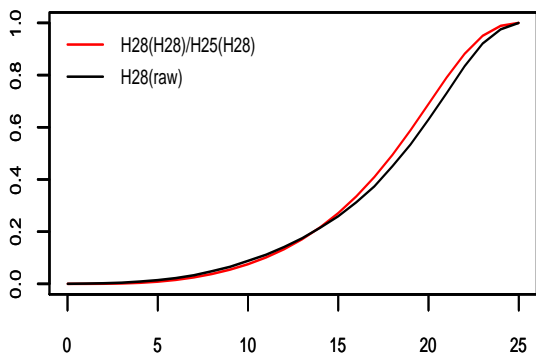
32



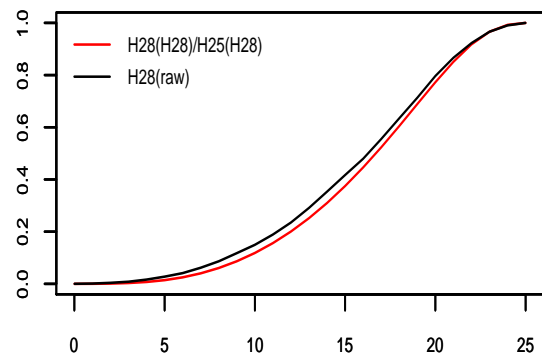
33



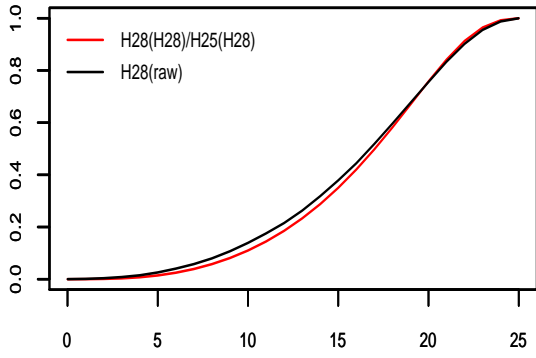
34



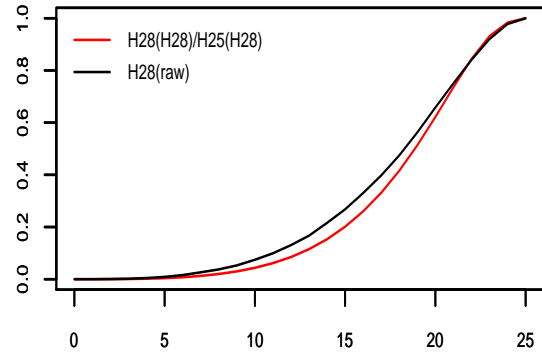
36



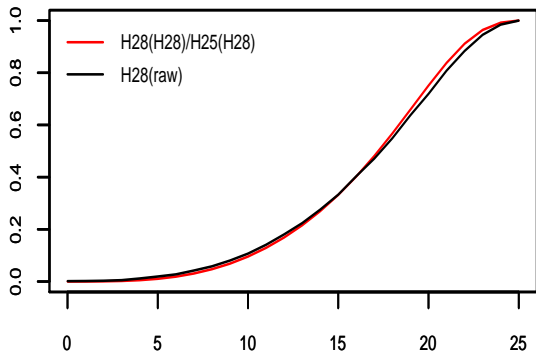
37



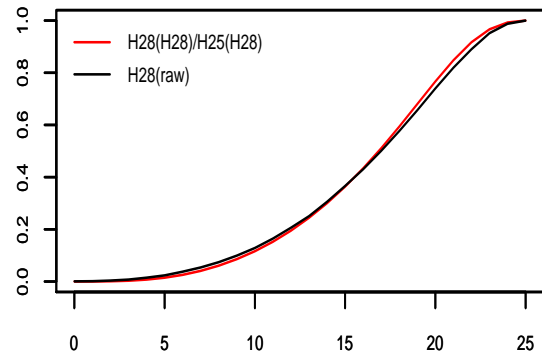
38



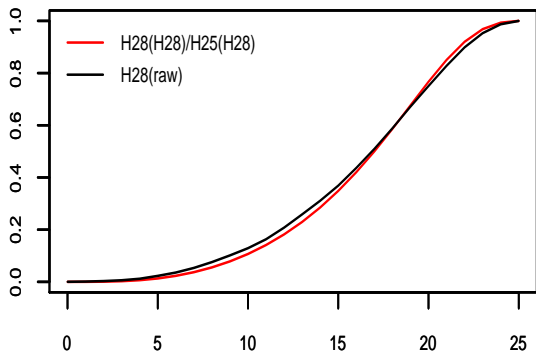
39



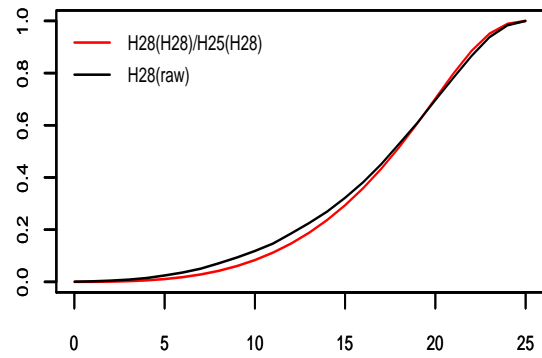
40



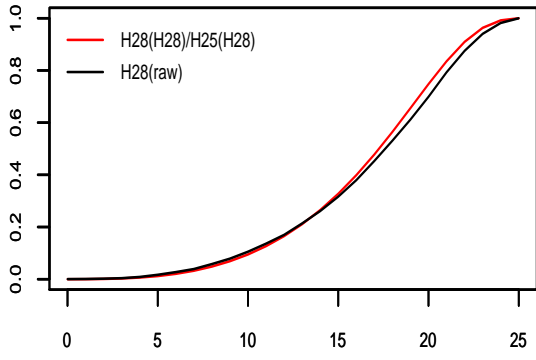
41



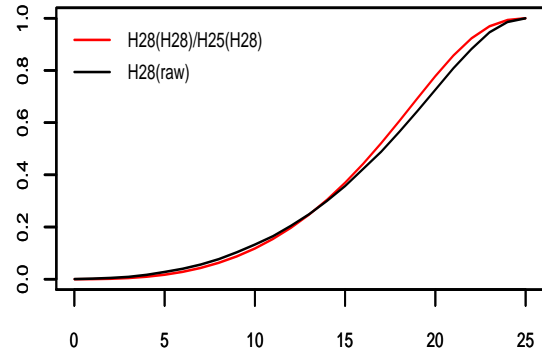
42



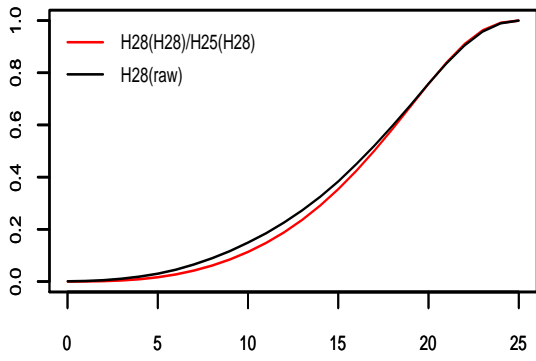
43



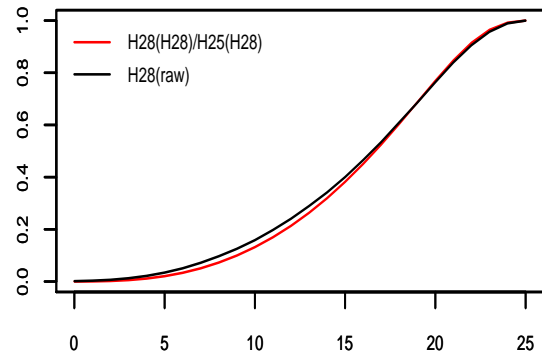
44



45

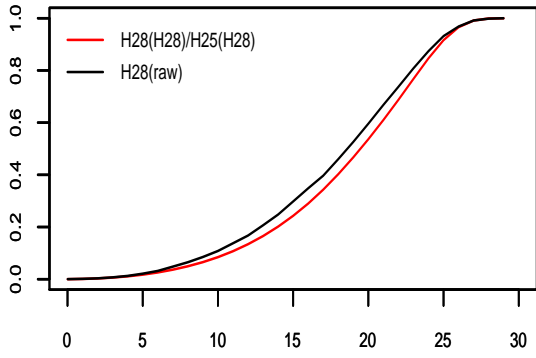


46

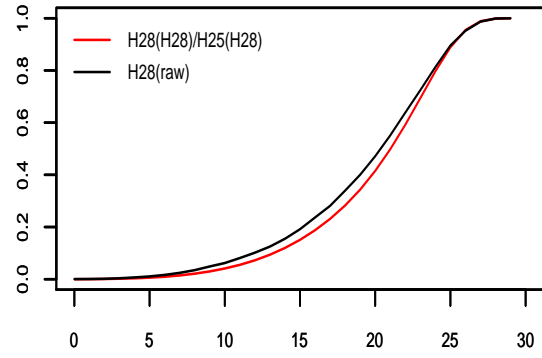


47

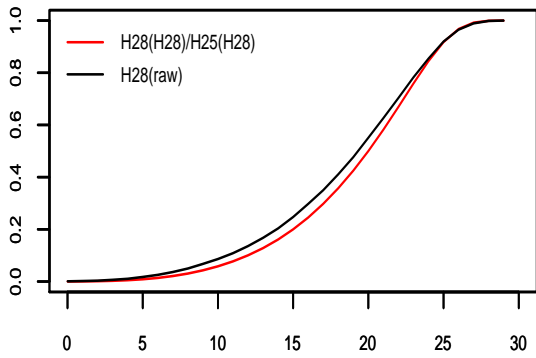
資料 7-2 都道府県別の年度間比較 小学校・算数



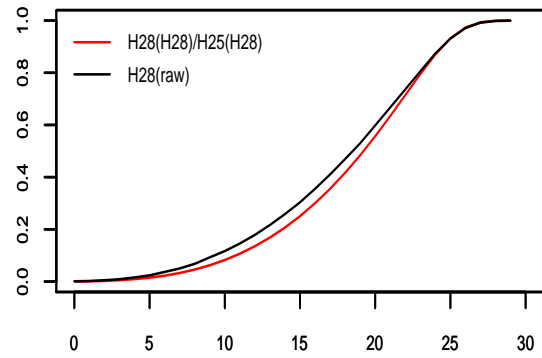
1



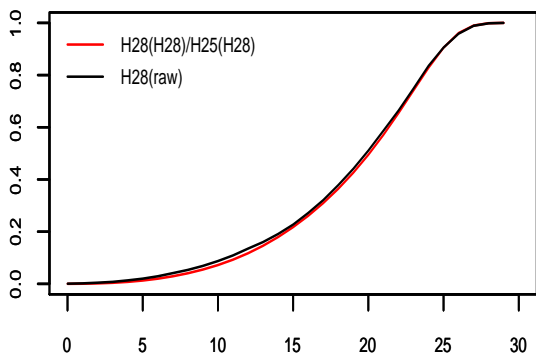
2



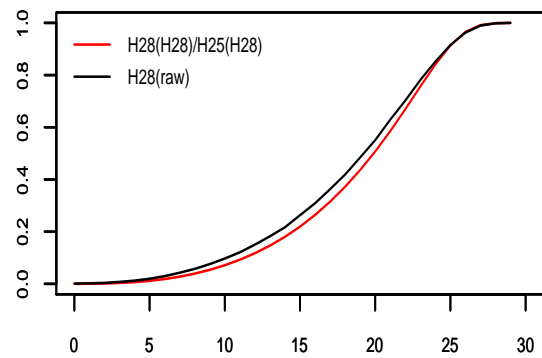
3



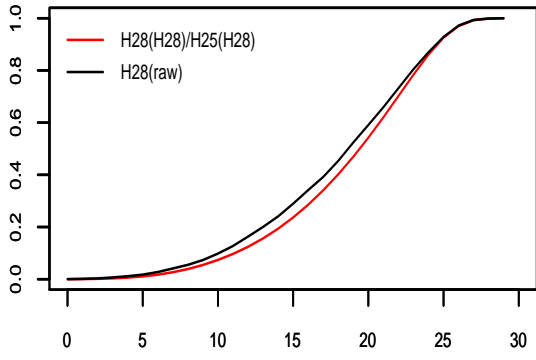
4



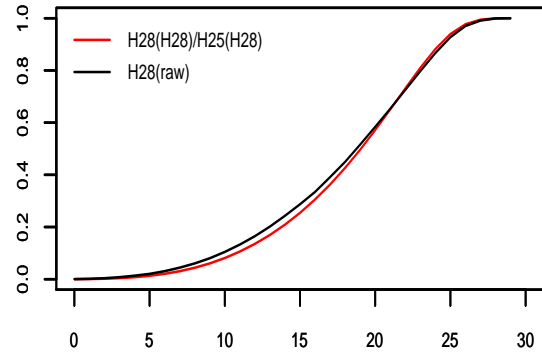
5



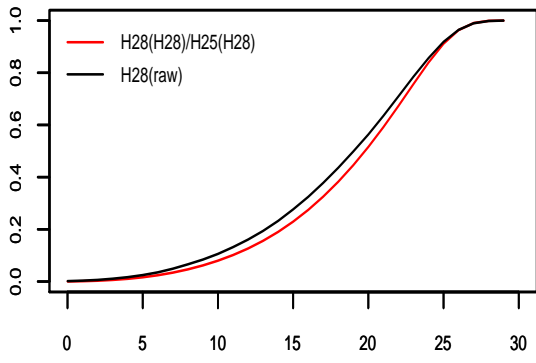
6



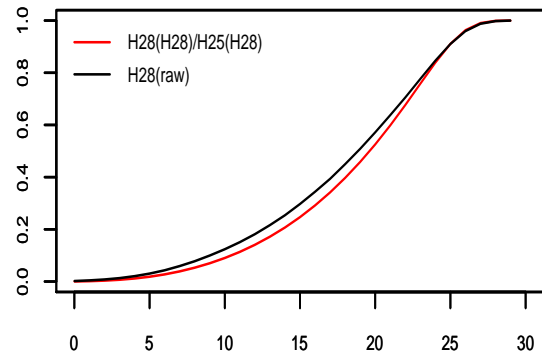
7



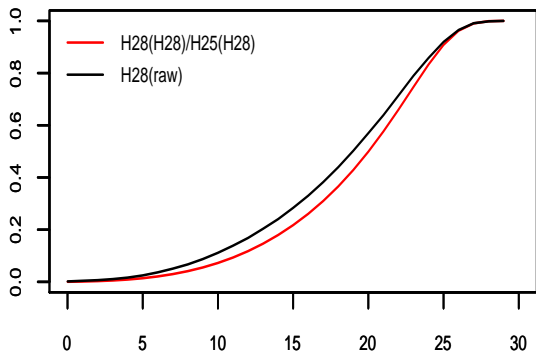
8



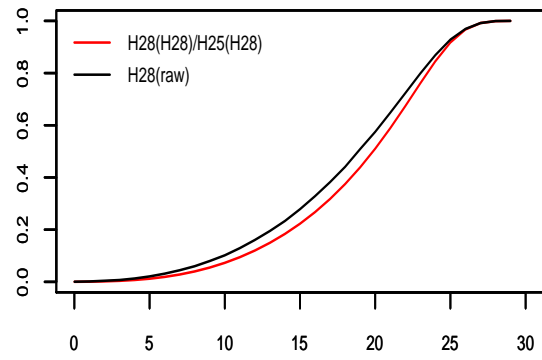
9



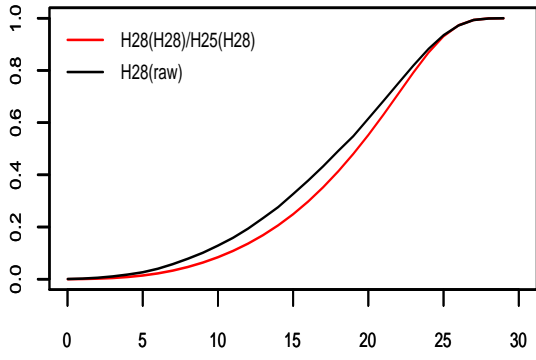
10



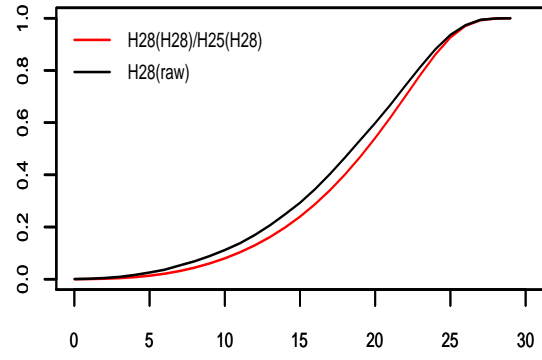
11



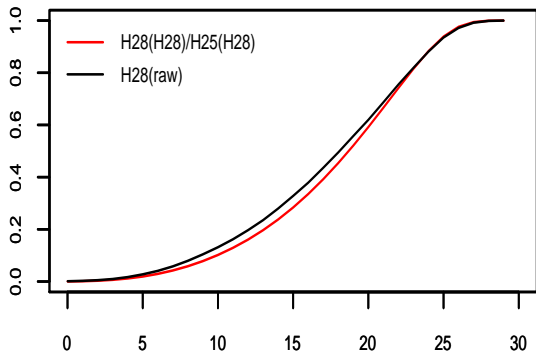
12



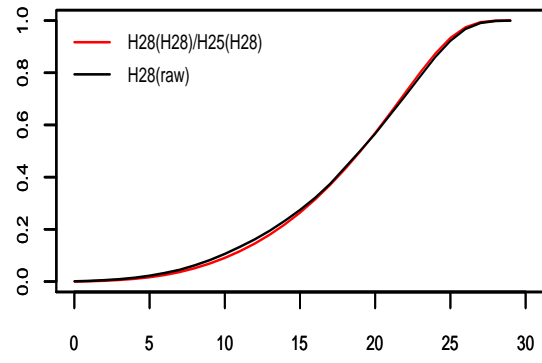
13



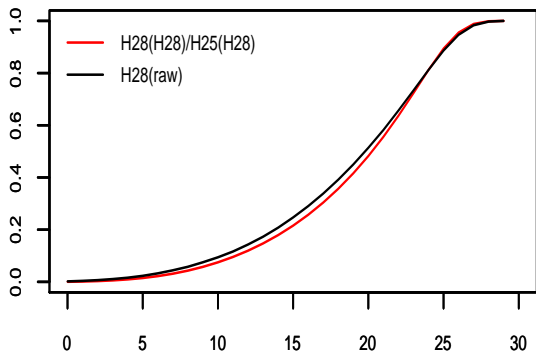
14



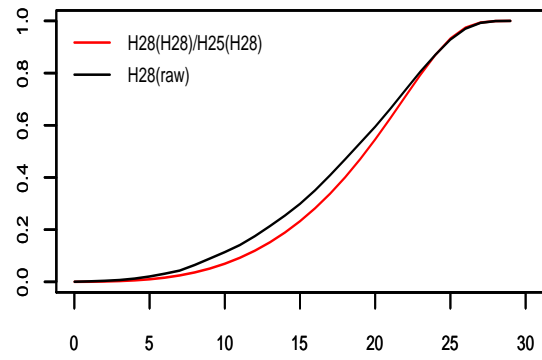
15



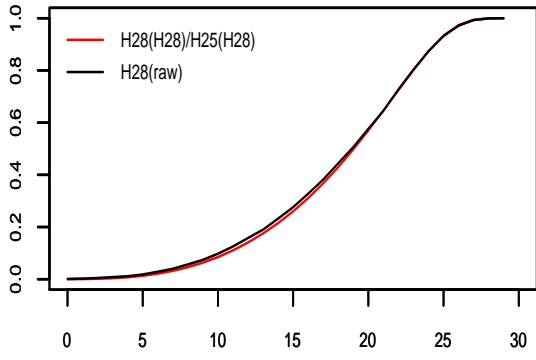
16



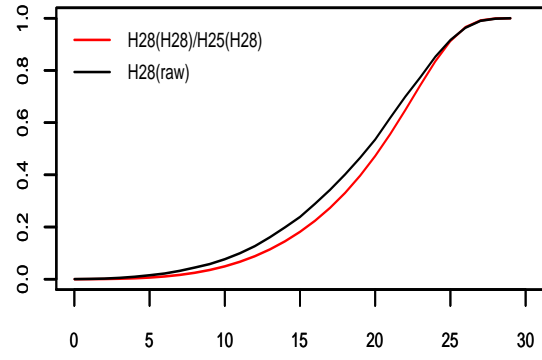
17



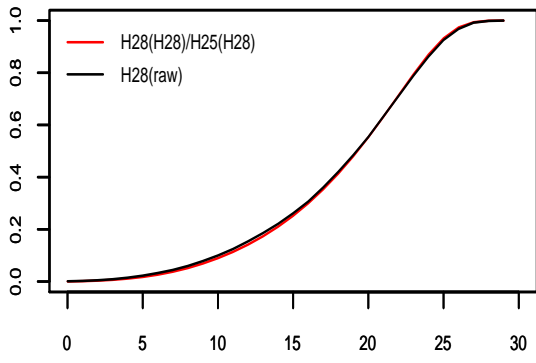
18



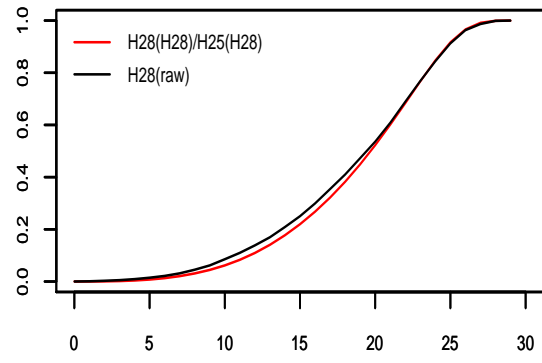
19



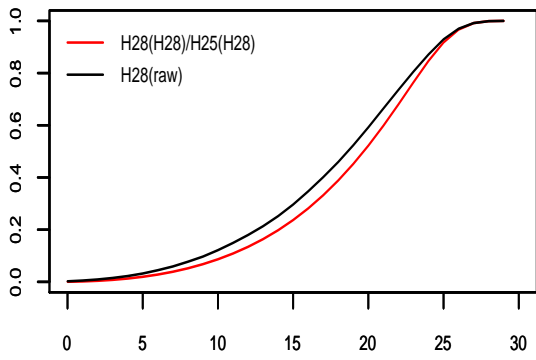
20



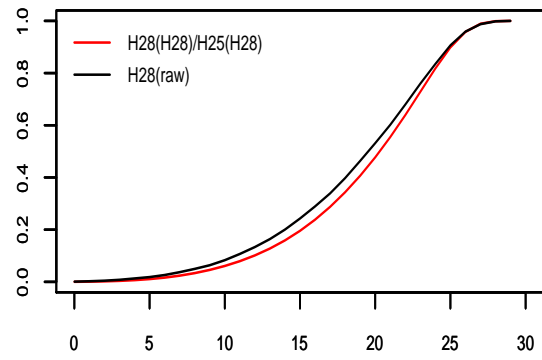
21



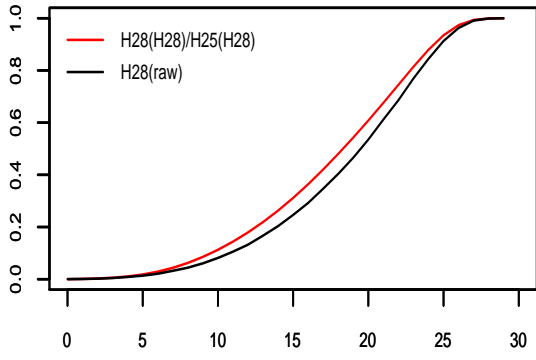
22



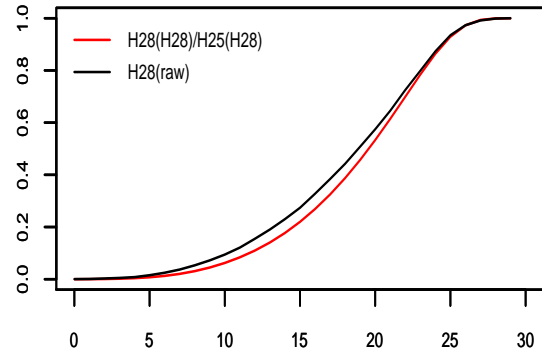
23



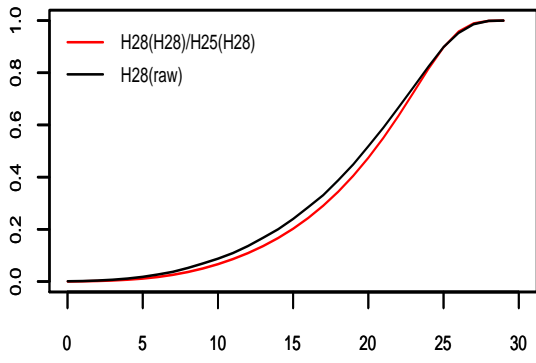
24



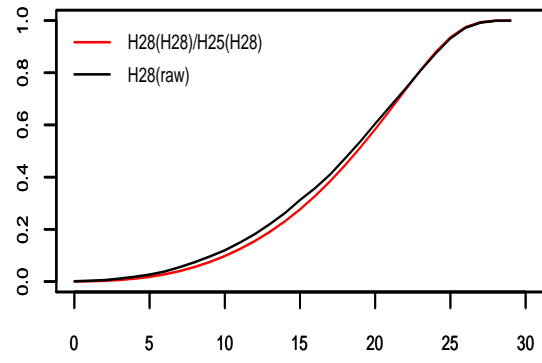
25



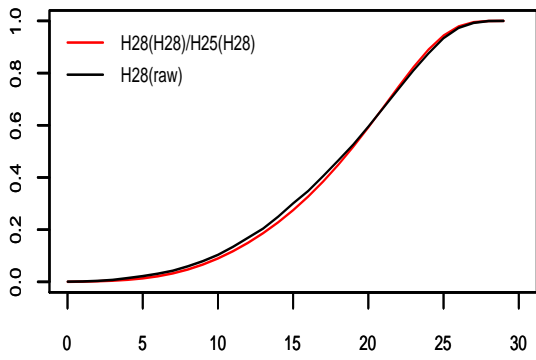
26



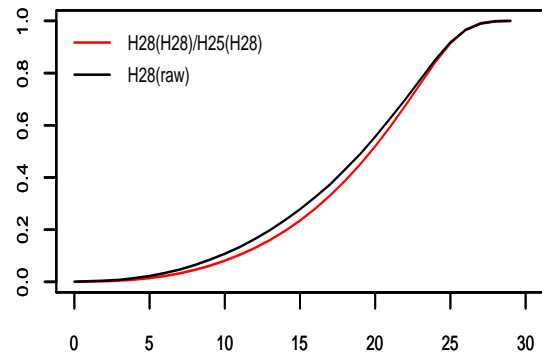
27



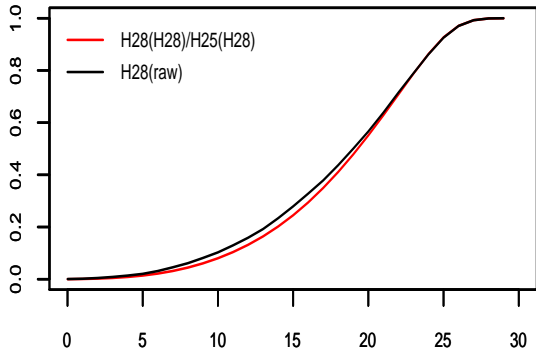
28



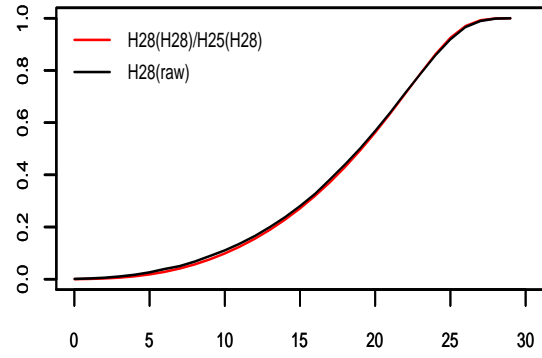
29



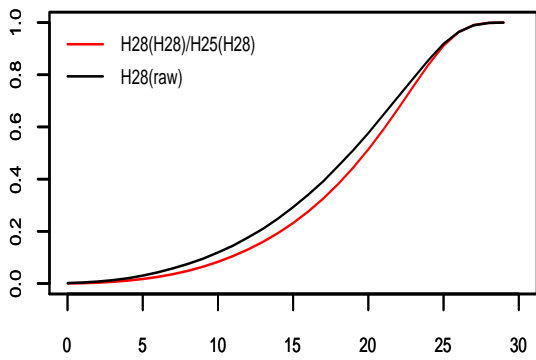
30



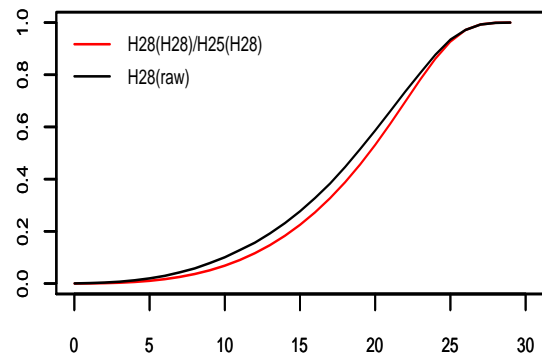
31



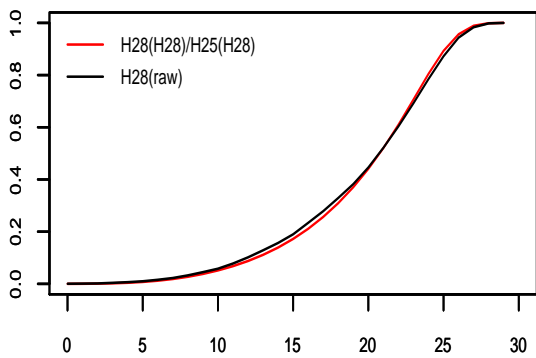
32



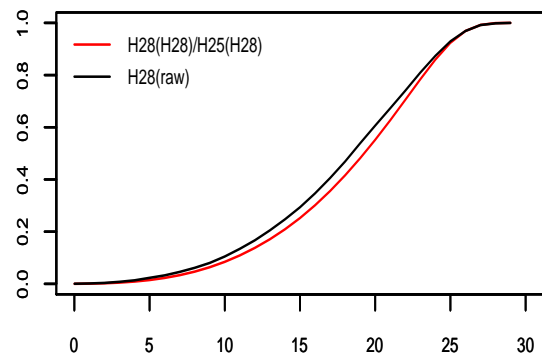
33



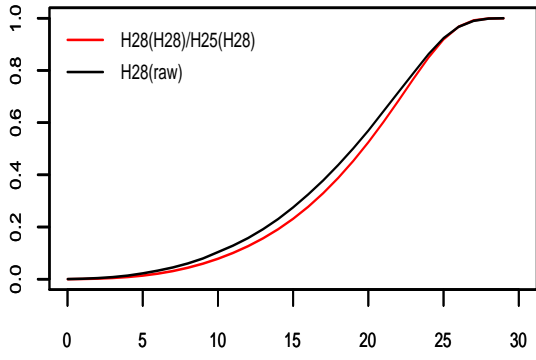
34



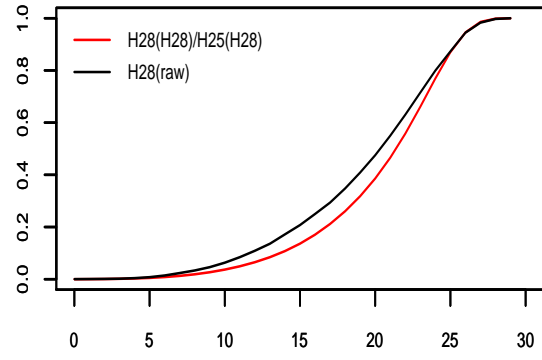
36



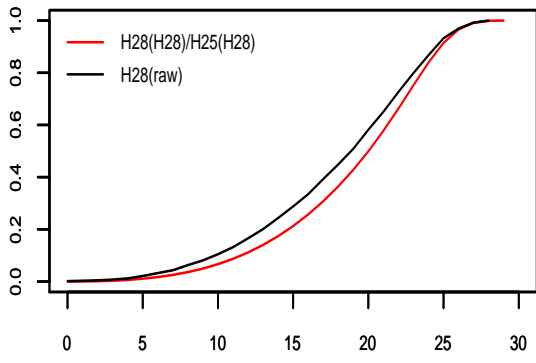
37



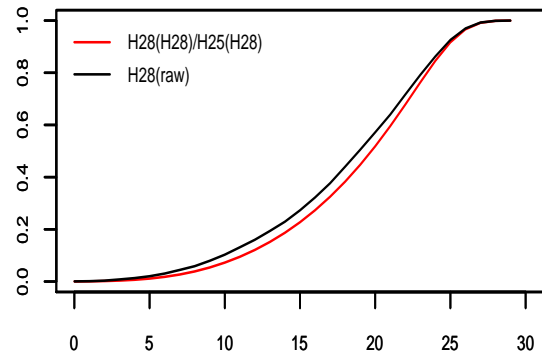
38



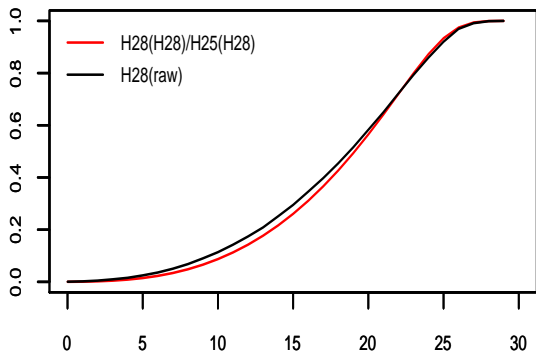
39



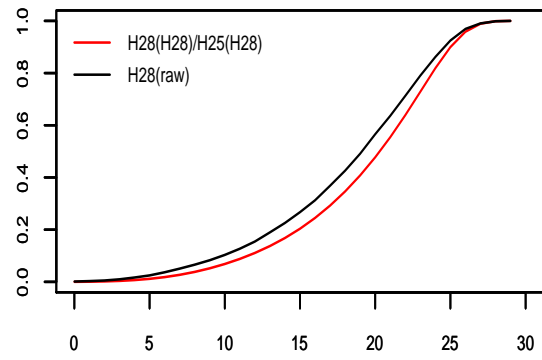
40



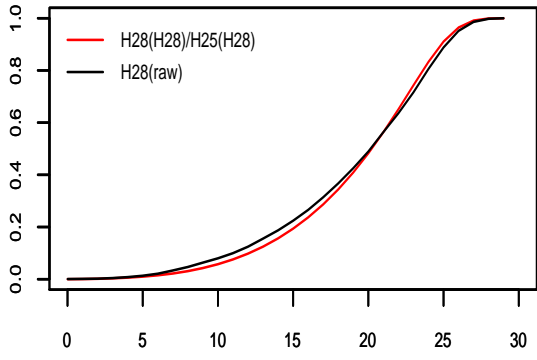
41



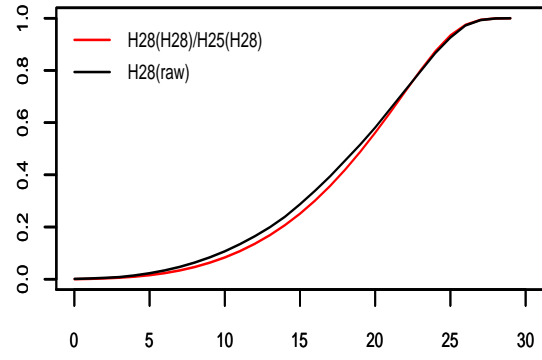
42



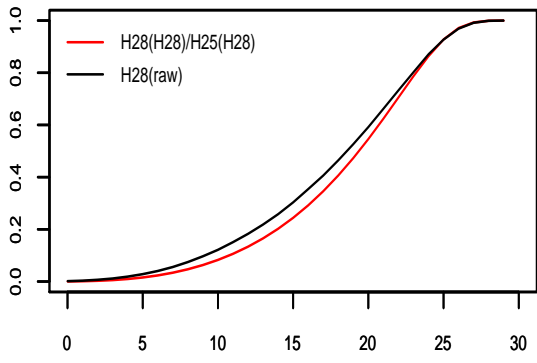
43



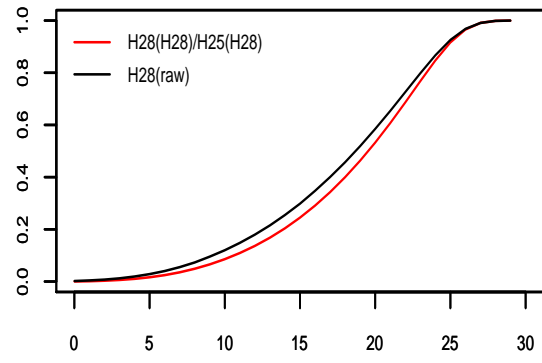
44



45

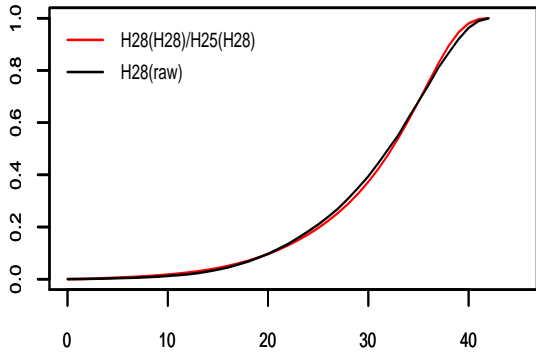


46

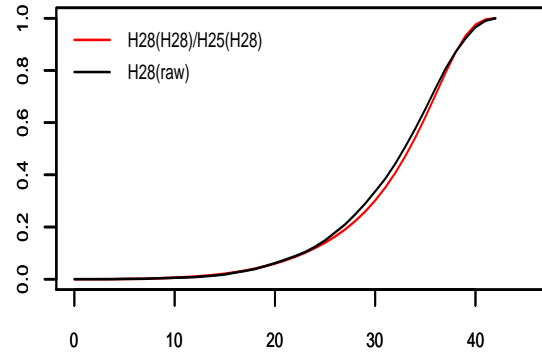


47

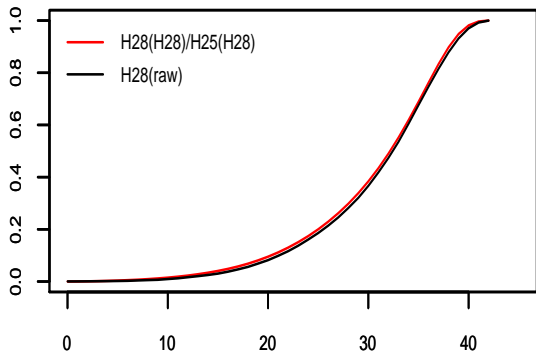
資料 7-3 都道府県別の年度間比較 中学校・国語



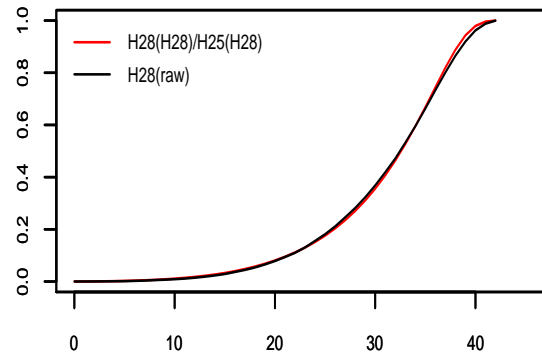
1



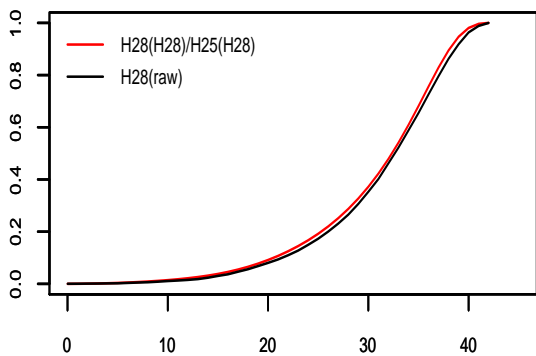
2



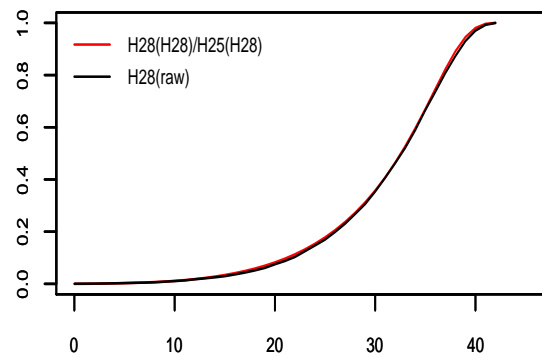
3



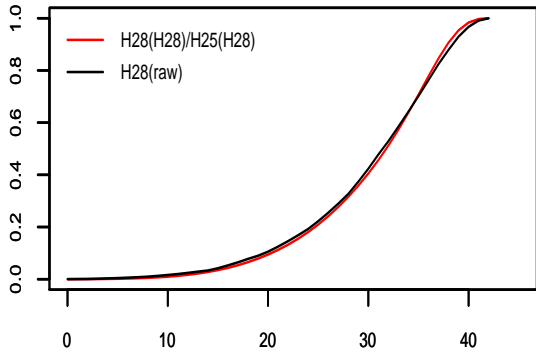
4



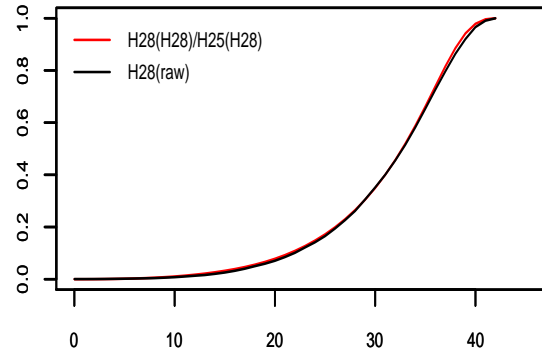
5



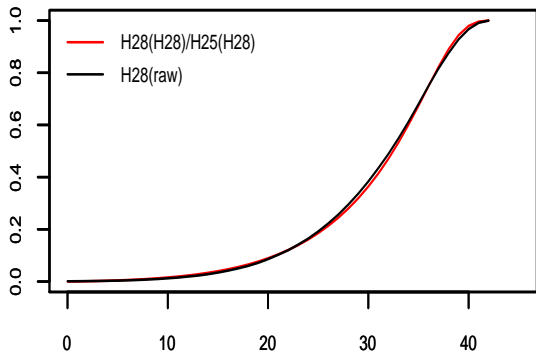
6



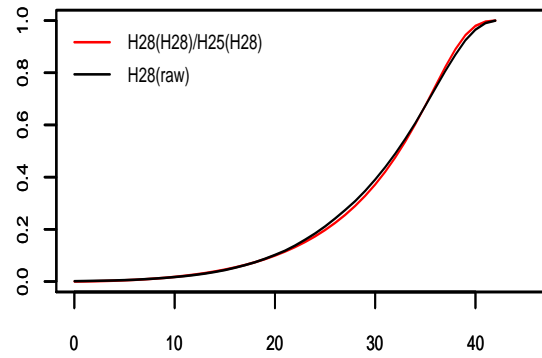
7



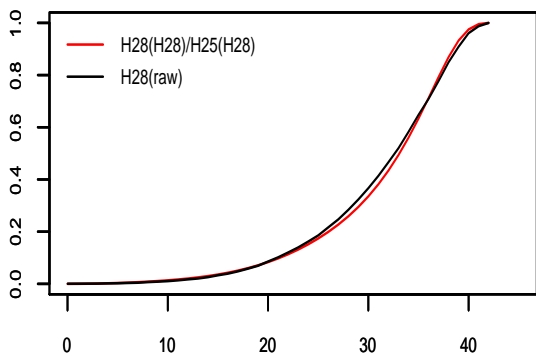
8



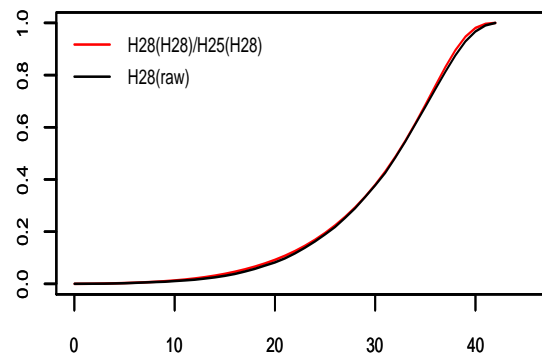
9



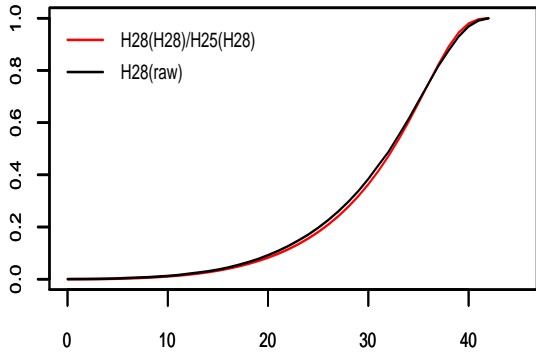
10



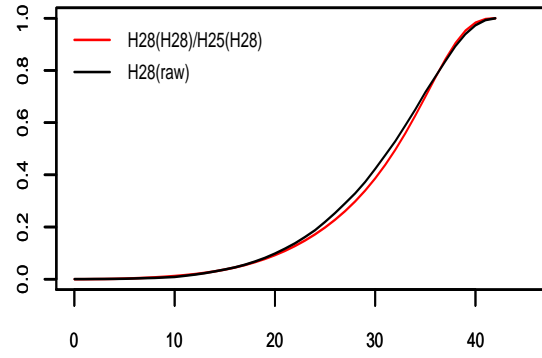
11



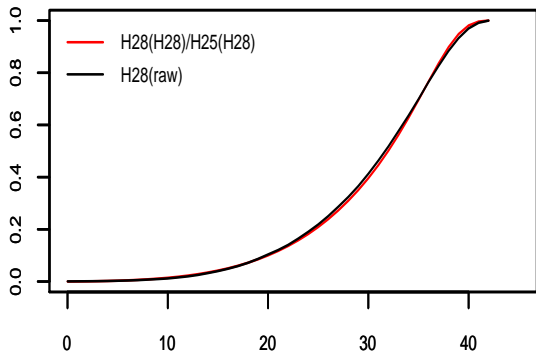
12



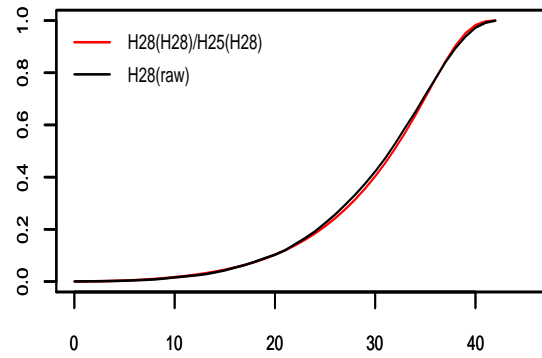
13



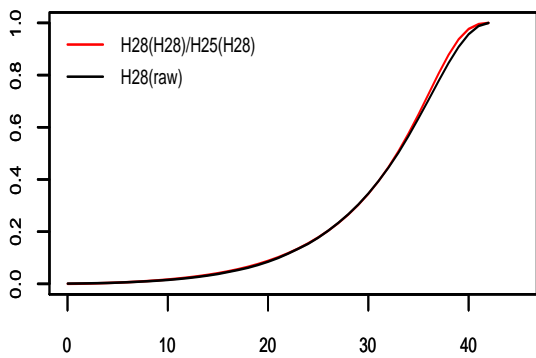
14



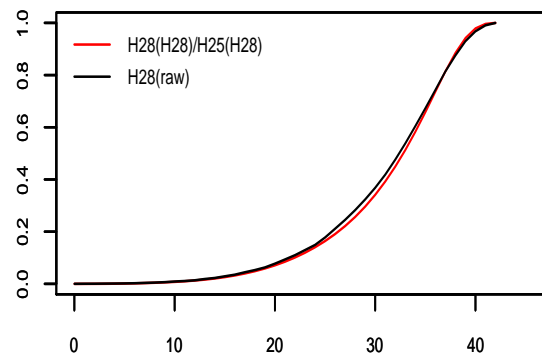
15



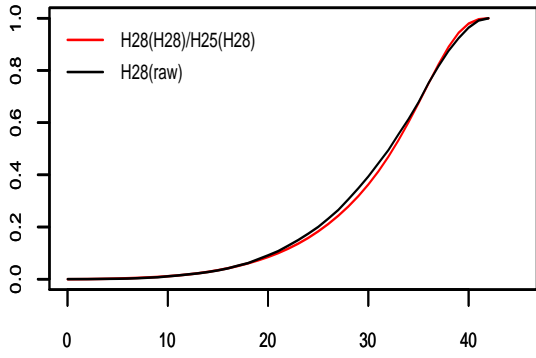
16



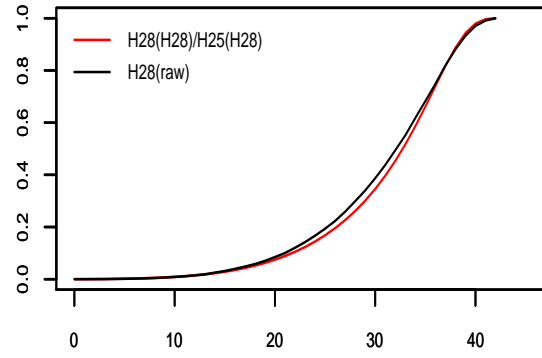
17



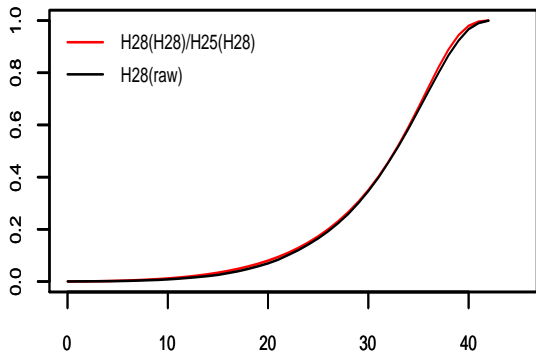
18



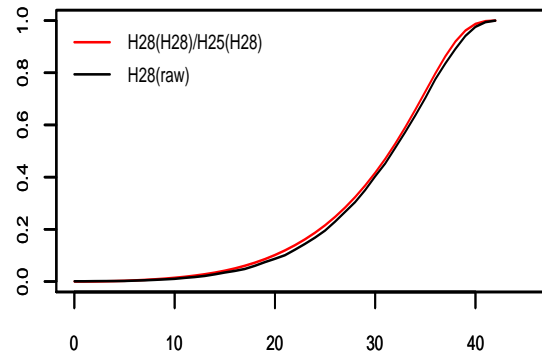
19



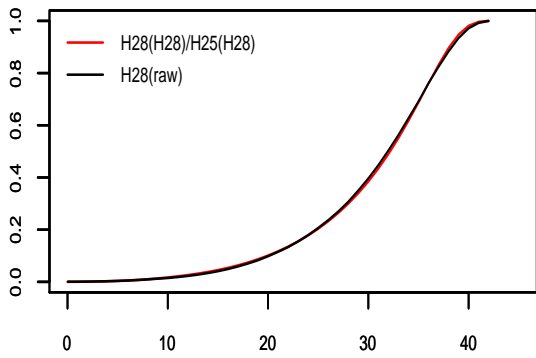
20



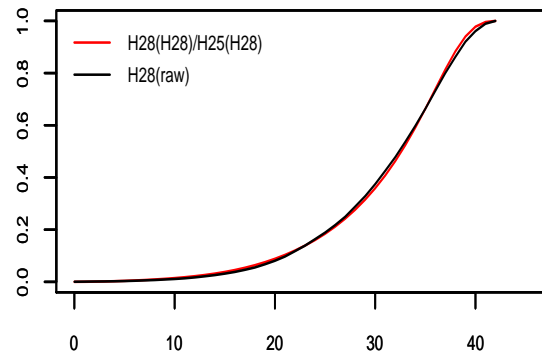
21



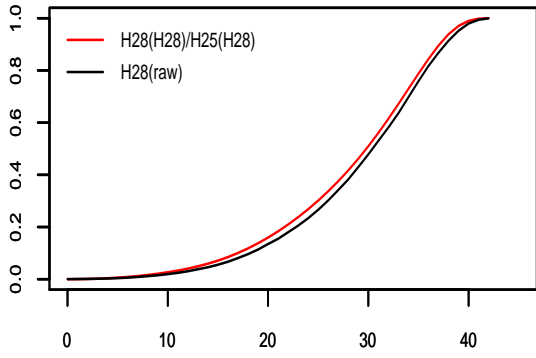
22



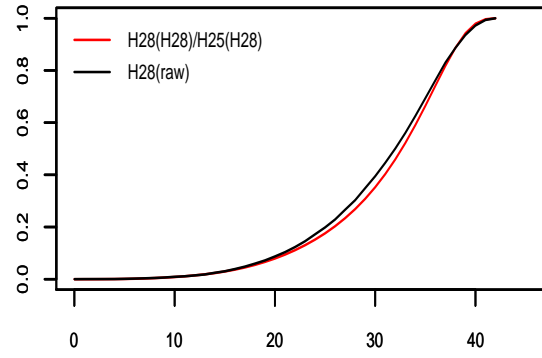
23



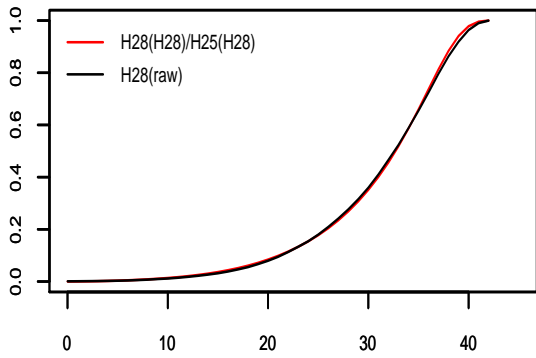
24



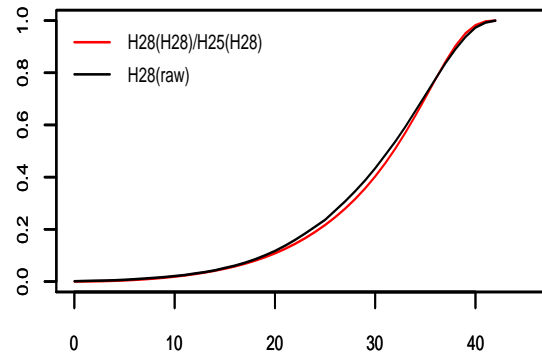
25



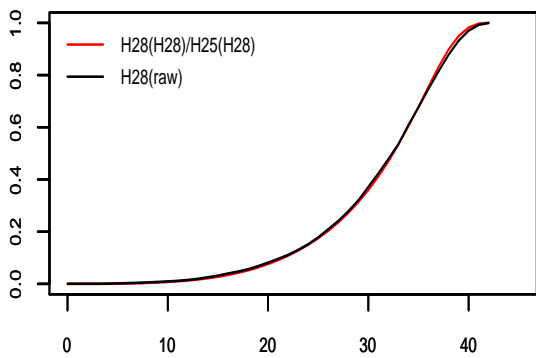
26



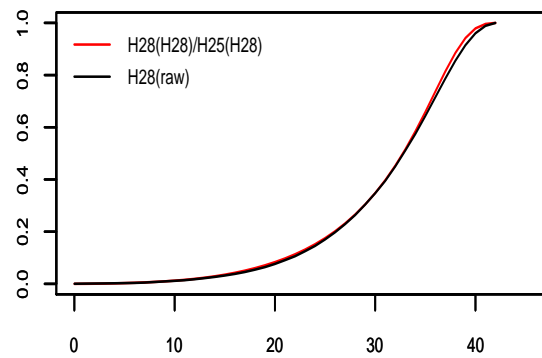
27



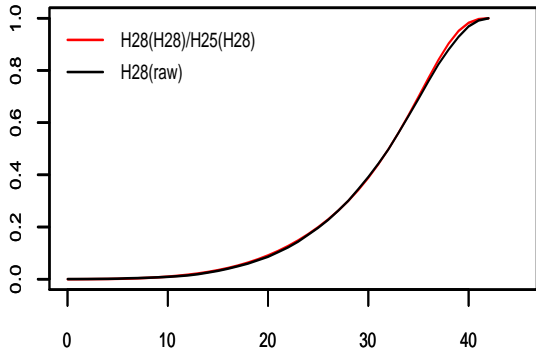
28



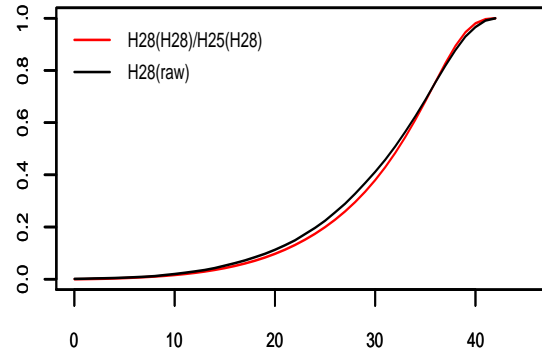
29



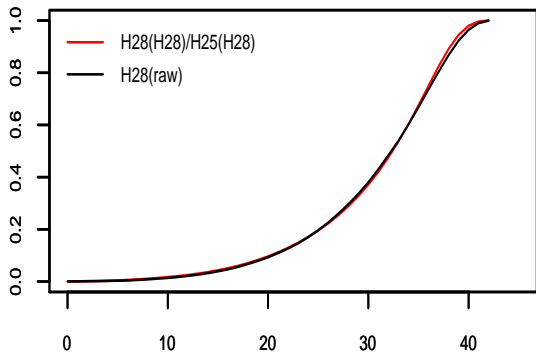
30



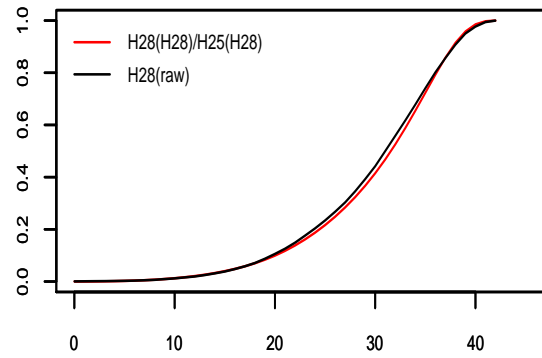
31



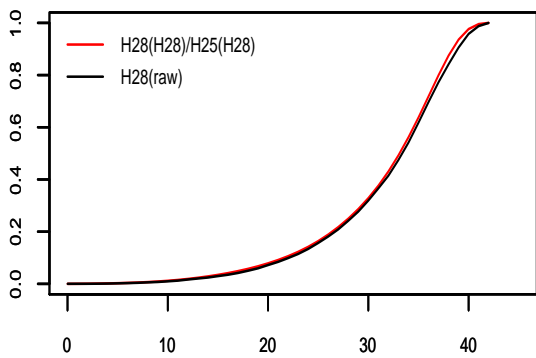
32



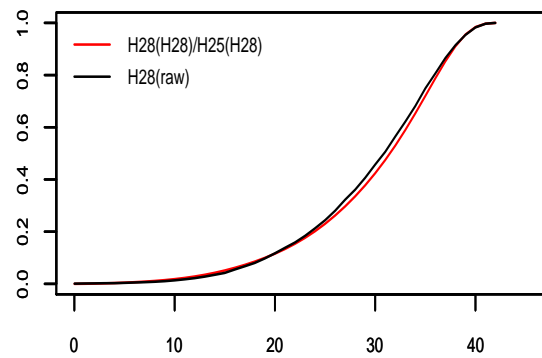
33



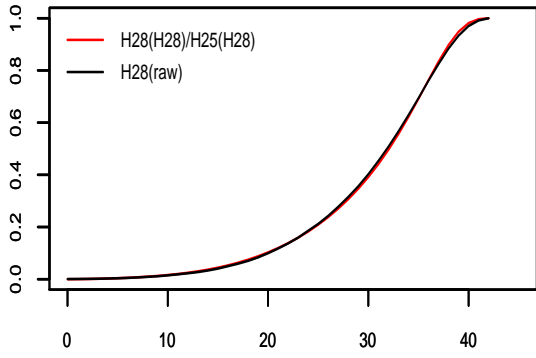
34



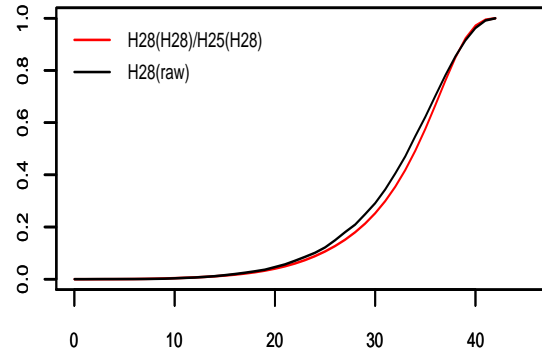
36



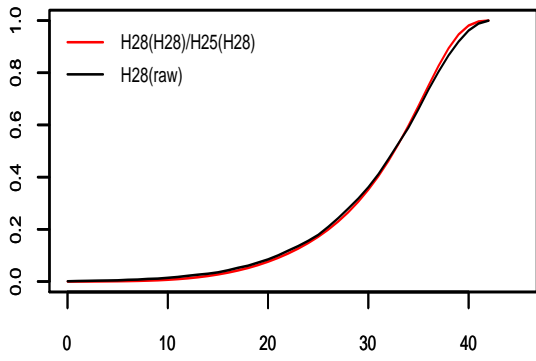
37



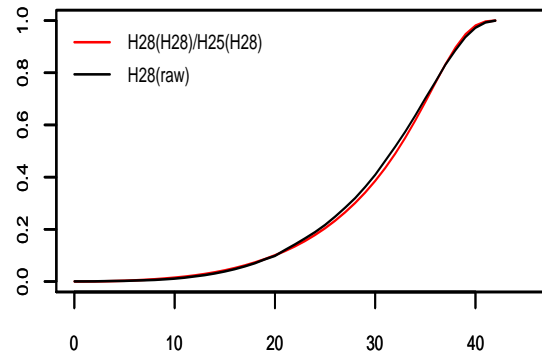
38



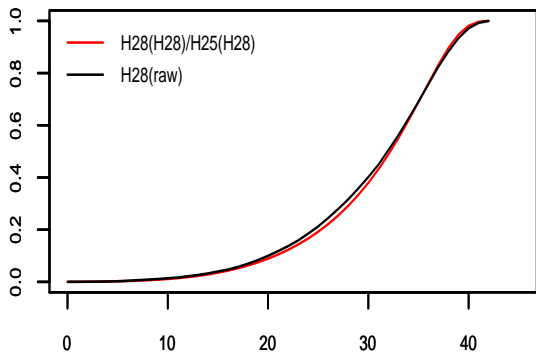
39



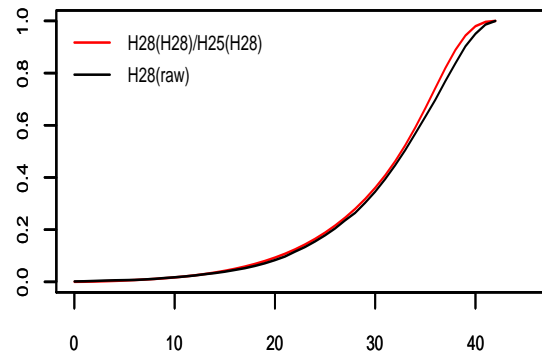
40



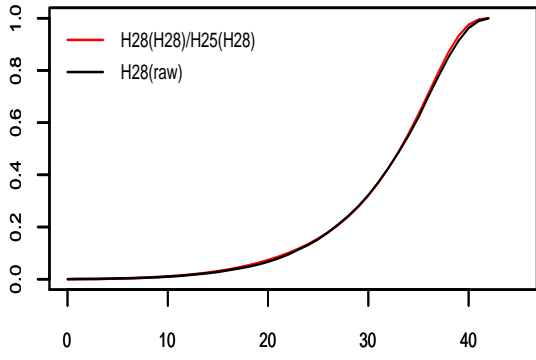
41



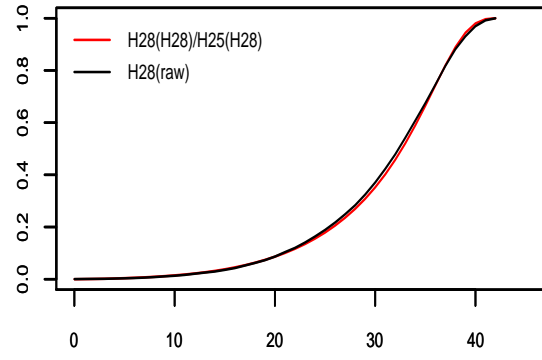
42



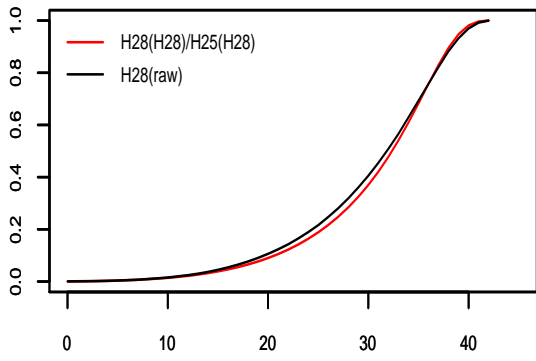
43



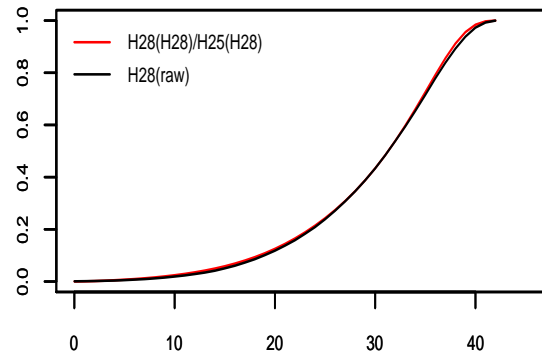
44



45

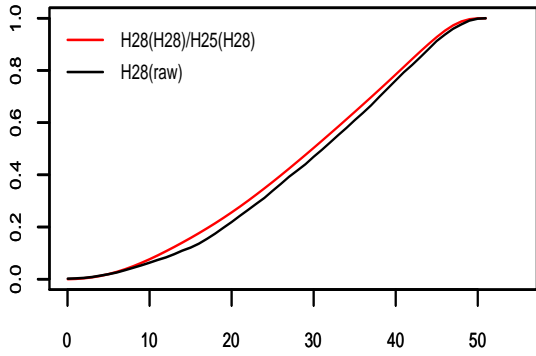


46

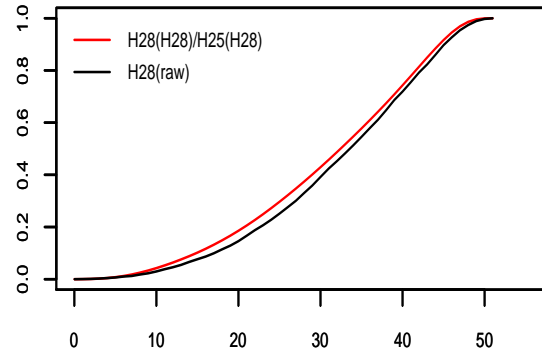


47

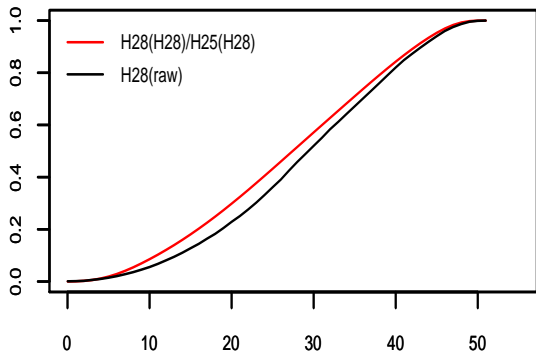
資料 7-4 都道府県別の年度間比較 中学校・数学



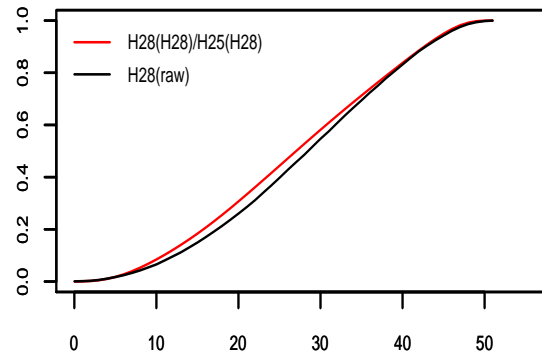
1



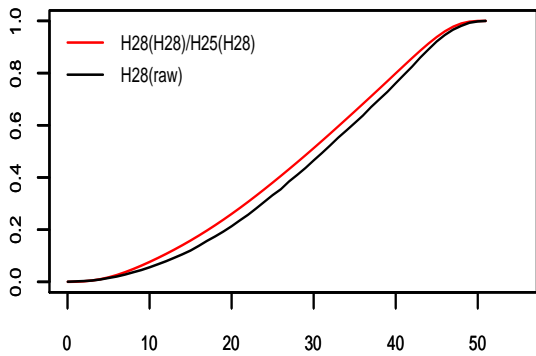
2



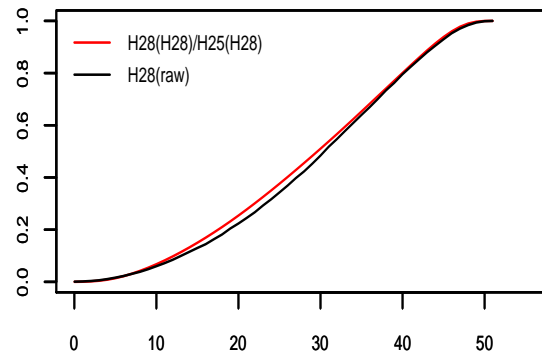
3



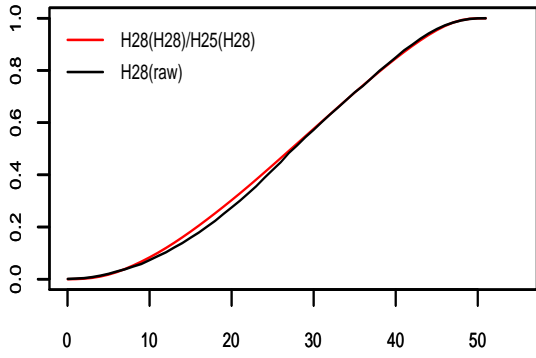
4



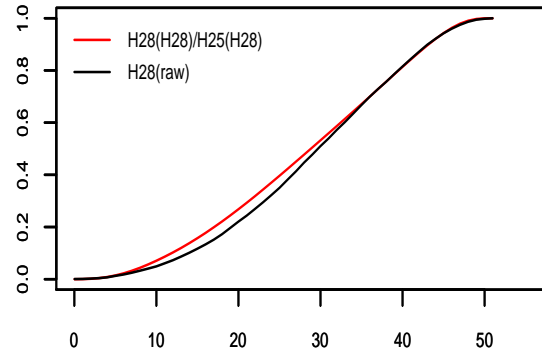
5



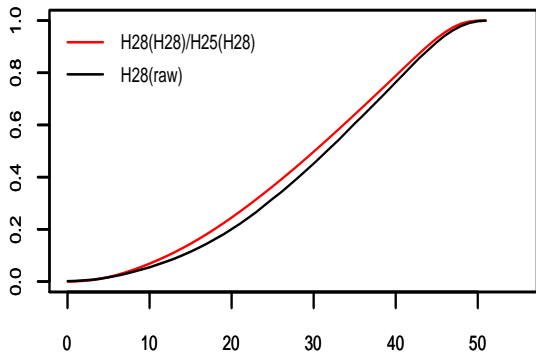
6



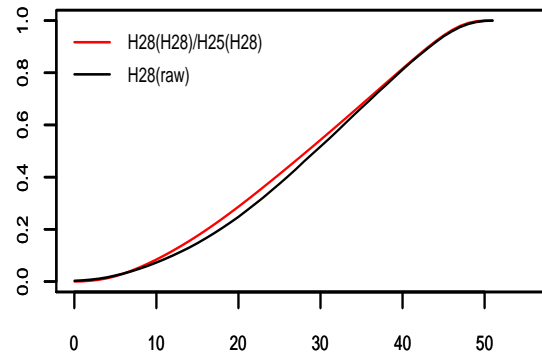
7



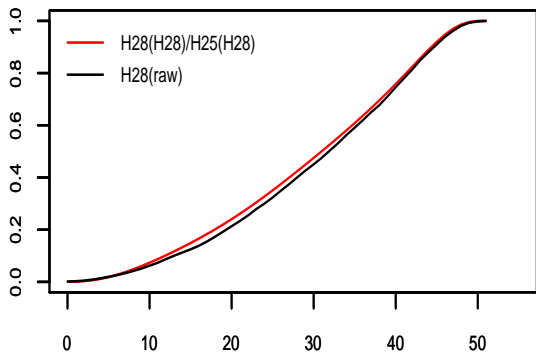
8



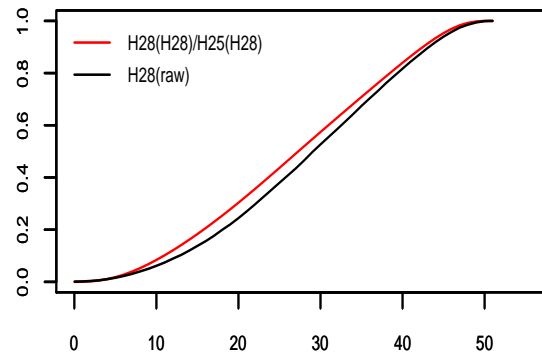
9



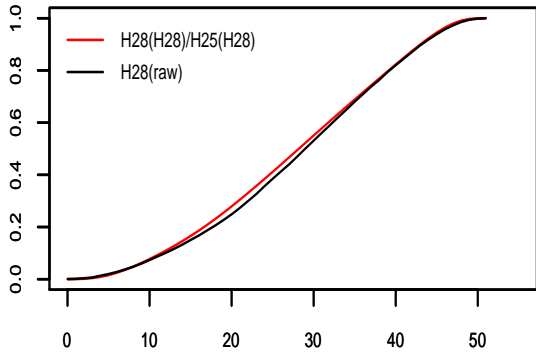
10



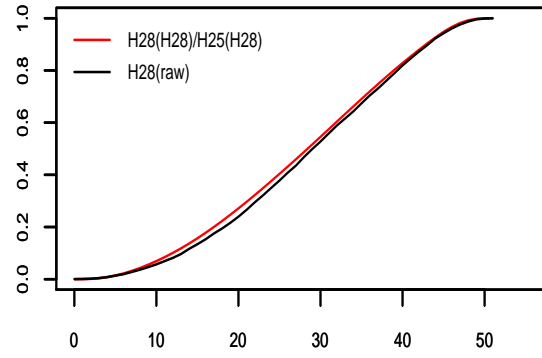
11



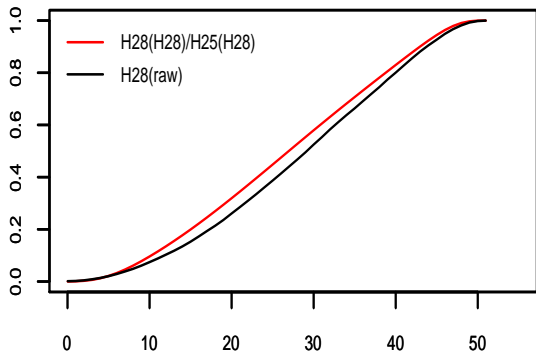
12



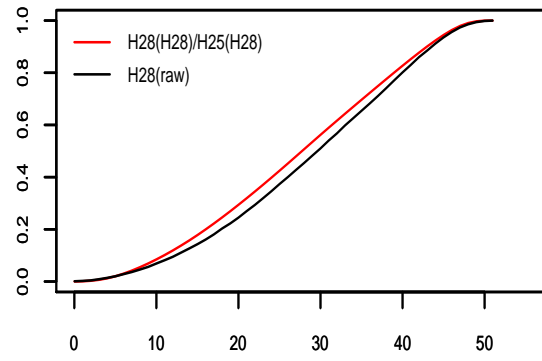
13



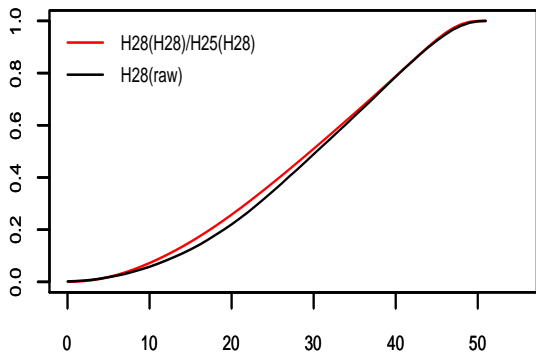
14



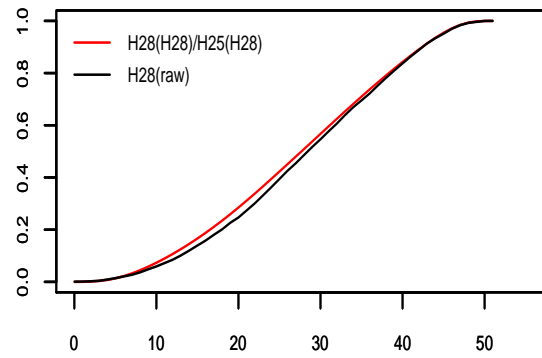
15



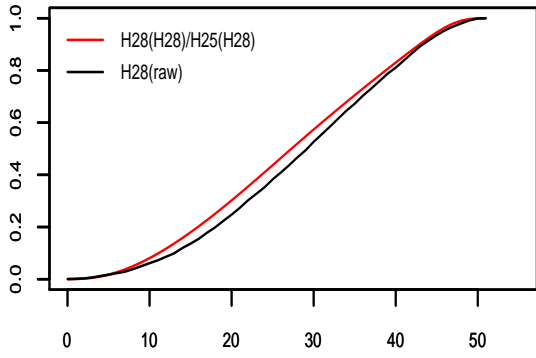
16



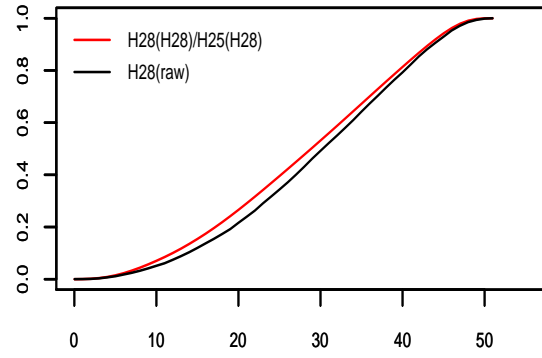
17



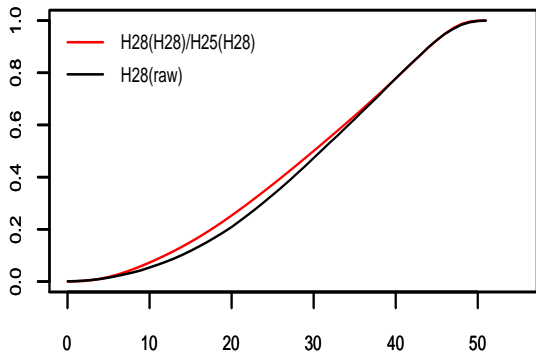
18



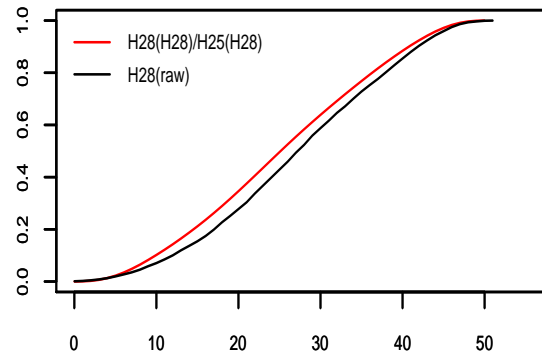
19



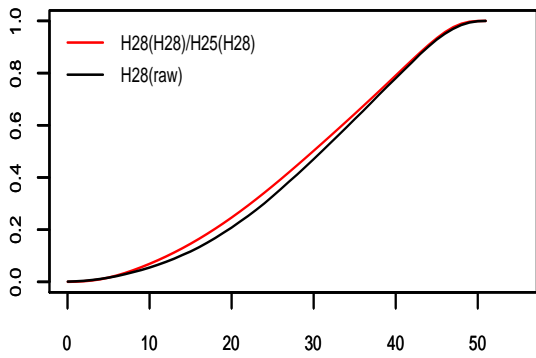
20



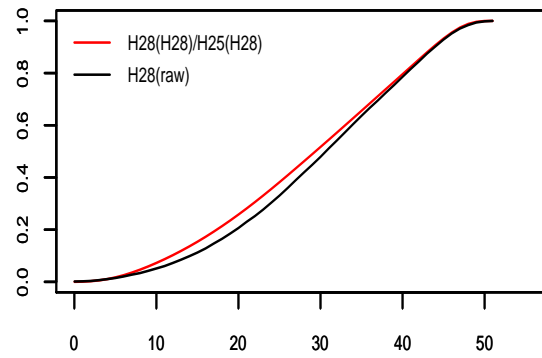
21



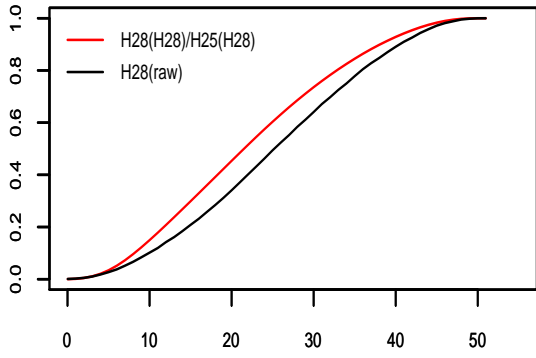
22



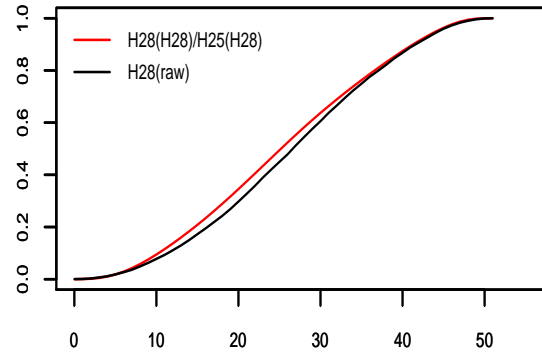
23



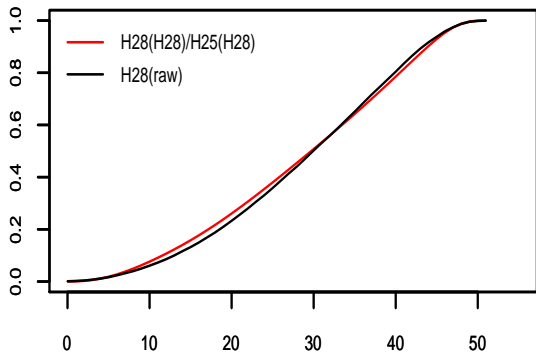
24



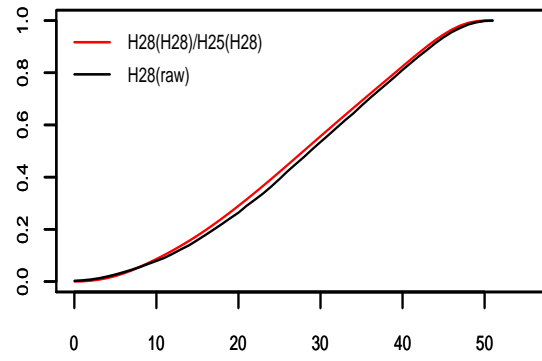
25



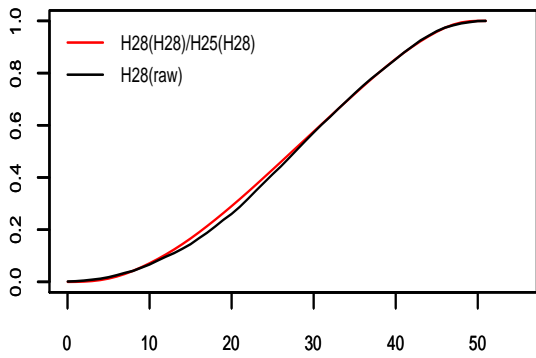
26



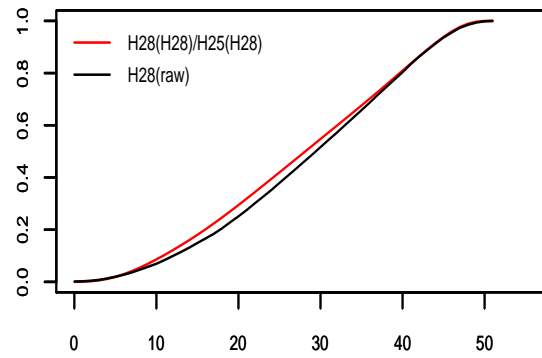
27



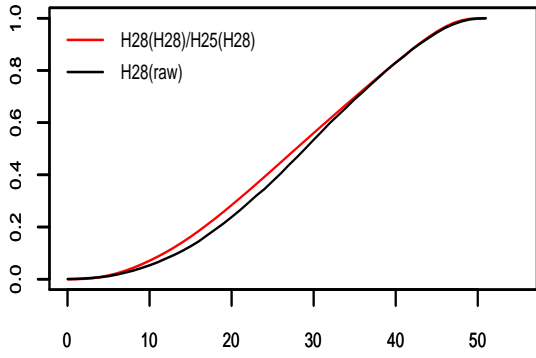
28



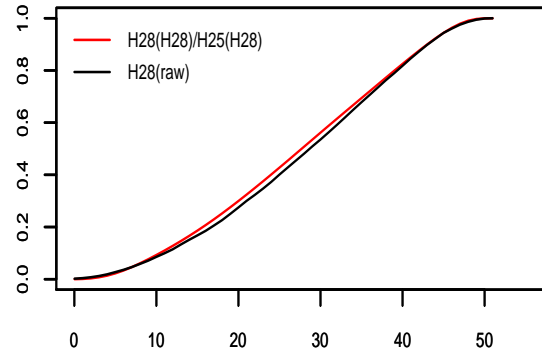
29



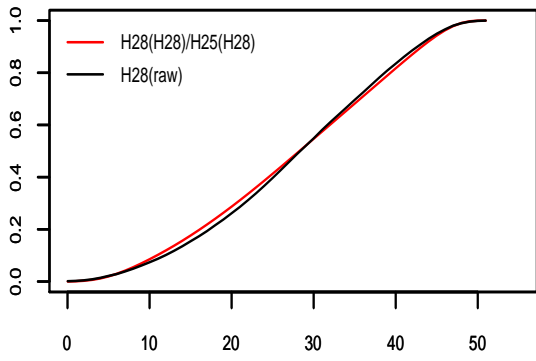
30



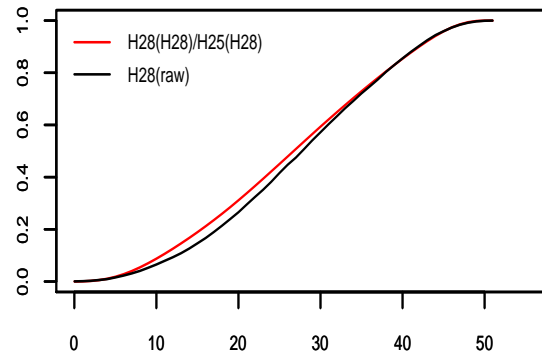
31



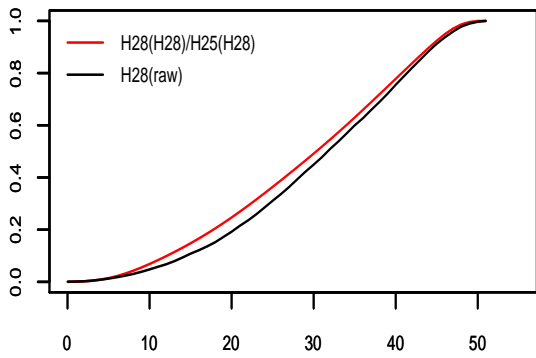
32



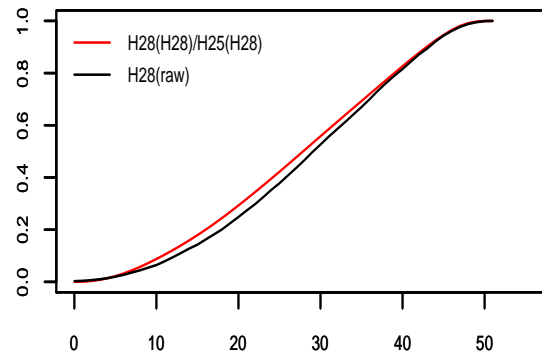
33



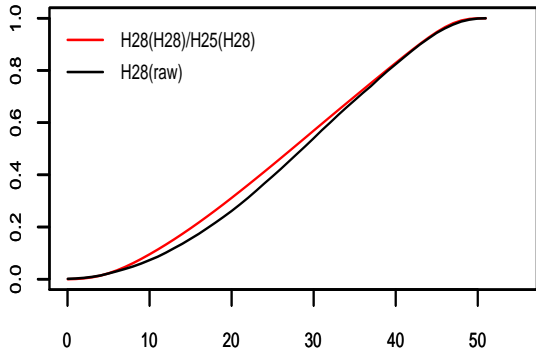
34



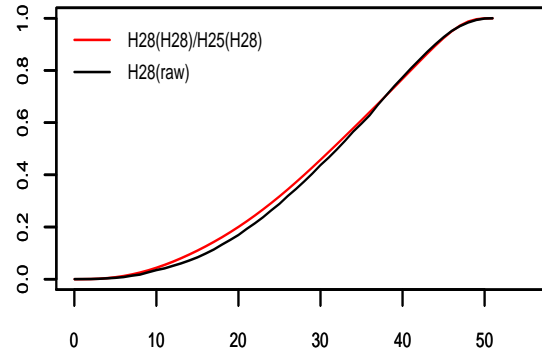
36



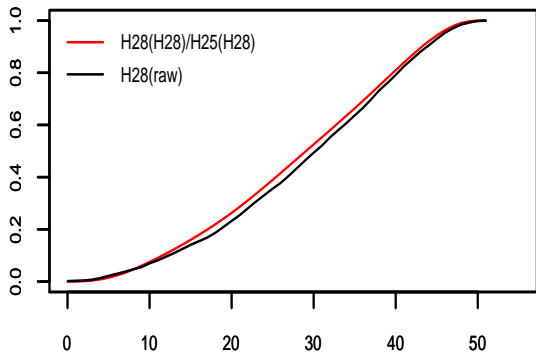
37



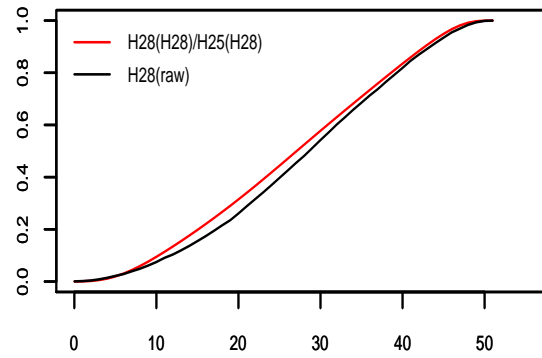
38



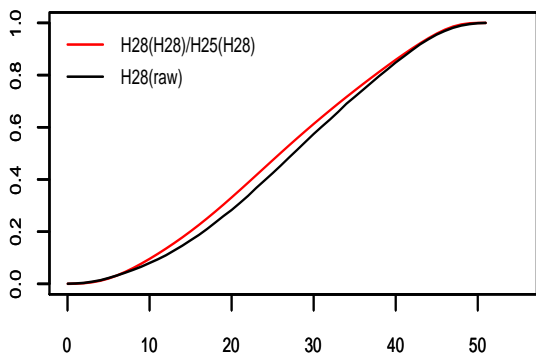
39



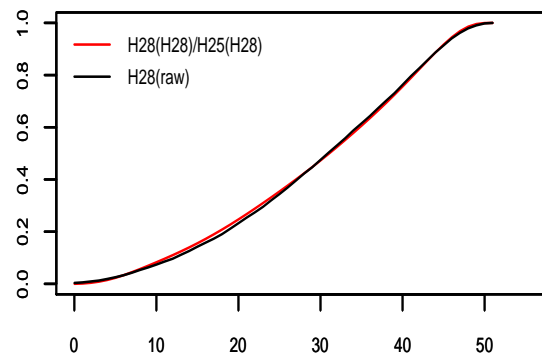
40



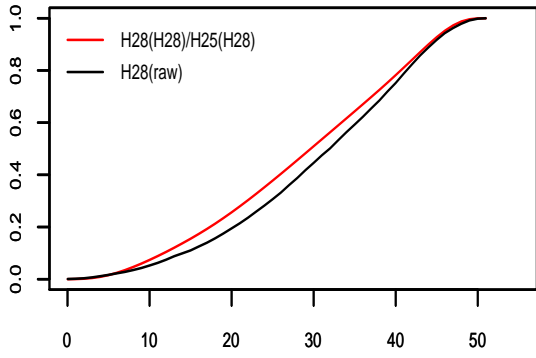
41



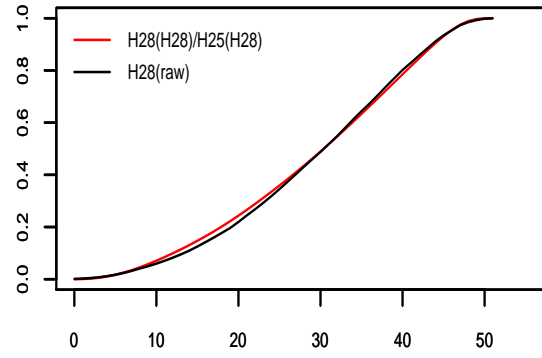
42



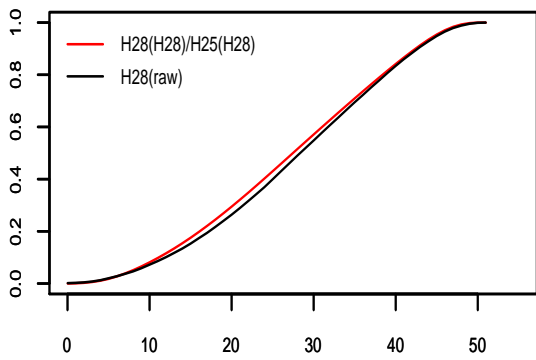
43



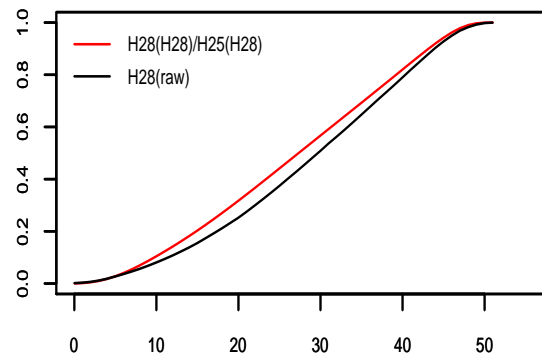
44



45



46



47

執筆編集等分担

柴山 直	はじめに・4章・5章・まとめ・資料・編集
澁谷 拓巳	1章・4章・5章・付録1・付録4・資料
板宮 千尋	2章・付録2
江尻 大亮	3章・5章・付録3
佐藤 喜一	4章・資料4

プログラミング等分担

熊谷 龍一	プログラミング・分析等に関する全般的な助言
澁谷 拓巳	等パーセントイル等化法・復元得点分布・推算値・機能テスト
板宮 千尋	Recursion Formula を用いた復元得点分布
江尻 大亮	フォンノイマン棄却法を用いた推算値

(注) 本報告書の文責はすべて柴山にある。

平成 29 年度文部科学省委託研究

「学力調査を活用した専門的な課題分析に関する調査研究」研究成果報告書
～経年変化分析調査との対応づけによる本体調査の年度間比較の試み～

平成 30 年 3 月 30 日 発行

発行者 柴 山 直

〒980-8576 宮城県仙台市青葉区川内 27-1
東北大学大学院教育学研究科
電話 022-795-3738
E-mail: sibayama@tohoku.ac.jp_
