

数学ー 2 (第 1 学年) 図形の性質の考察を通して、数学的な表現の特徴についての理解を深める事例  
【学習活動の概要】

1 単元名 空間図形

2 単元の目標

観察、操作や実験などの活動を通して、空間図形についての理解を深めるとともに、図形の計量についての能力を伸ばす。

3 評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

・様々な事象を空間図形でとらえたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。

【数学的な見方や考え方】

・空間図形などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象を見通しをもって論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。

【数学的な技能】

・空間図形を見取図、展開図、投影図によって適切に表現したり、図形の計量をしたりするなど、技能を身に付けている。

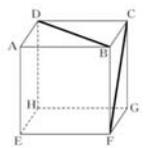
【数量や図形などについての知識・理解】

・空間図形についての性質や関係、空間における図形の位置関係、図形の計量の仕方などを理解し、知識を身に付けている。

4 教材

本単元では、観察、操作や実験などの活動を通して直観的な理解を助け、図形を論理的に考察し表現する能力を培う。そのため、空間図形を平面上に表すための数学的な表現方法として、見取図、展開図、投影図を指導する。ここでは、次の問題の解決に取り組むことを通して、見取図、展開図、投影図の数学的な表現の特徴について話し合い、その理解を深める。

右の図は立方体の見取図です。  
この立方体の面上の線分BDとCFの長さを比べると、どんなことがいえますか。



5 主な学習活動

(1)単元の指導計画(全16時間)

	学習活動	言語活動に関する指導上の留意点
第1次	空間における直線や平面の位置関係(3)	<ul style="list-style-type: none"> <li>見取図を基にして、立方体の面上の2つの線分の長さについて予想し、そのように予想した理由について話し合う。</li> <li>面、線分、平行、垂直などの数学的な用語や記号を用いて説明するように促す。</li> <li>見取図では、空間図形の辺の長さなどが保存されない特徴があることを確認し、展開図や投影図の特徴についても話し合う。</li> <li>話し合った結果をノートにまとめる。</li> </ul>
第2次	平面図形の運動による空間図形の構成(4)	
第3次	空間図形の平面上への表現と読み取り(4: <b>本時4/4</b> )	
第4次	図形の計量(5)	

(2)本時の学習

①目標

空間における長さの関係を見取図から読み取り、数学的な表現を用いてその理由を説明するとともに、見取図、展開図、投影図の特徴を理解することができる。

②本時の展開

- 問題の2つの線分の長さの関係を予想し、その理由を説明する。
- 実際に展開図や投影図をかいて、予想を確かめる。
- 見取図、展開図、投影図の特徴について話し合う。
- 話し合った結果をノートにまとめる。

【解説】

【指導事例と学習指導要領との関連】

中学校学習指導要領の第2章第3節数学第2(第1学年)の2において、B(2)イ「空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものととらえたり、空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりすること。」が示され、また、数学的活動のウにおいて「数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動」が示されている。

本事例のねらいは、空間図形を平面上の見取図に表したとき、長さや角度は保存されないことがあることを基にして、数学的な表現としての見取図、展開図、投影図の特徴について理解し、それらを的確に活用することができるようにすることである。

空間図形の性質を理解するためには、その図形の必要な部分を平面上に表現してとらえるだけでなく、平面上に表現された図からその図形の性質を読み取ることができることも大切である。ここでは、空間図形における長さの関係を見取図から読み取り、2つの線分の長さが等しくなることの理由を数学的な表現を用いて分かりやすく説明する。

【言語活動の充実の工夫】

○数学的な表現を用いた説明ができるようにする。

空間図形の性質を考察する際には、見取図から必要な情報を的確に読み取ることが必要である。しかし、空間図形を平面上に表現する場合、見取図では長さや角度が保存されないことがある点について、理解できていない生徒が少なくない。平成22年度全国学力・学習状況調査における「数学A」5(3)は、ここで取り上げている問題と類似しているが、「線分BDとCFの長さは等しい」と解答できた生徒は、全体の半数程度にとどまっている。

ここでは、問題を提示して2つの線分の長さの関係を予想させ、そのように予想した理由を発表させたところ、次のような発言があった。

- ①予想「線分CFの方が長い。」→理由「見取図ではCFの方が長いように見えるから。」
- ②予想「線分BDとCFの長さは等しい。」→理由「立方体の2つの面の対角線の長さだから。」
- ③予想「どちらが長いかは分からない。」→理由「実物とは違うので、見取図だけではどちらが長い判断できない。」

①～③の意見について、自由に発言を求め、次の点を明らかにしていった。

- ①について…見取図で長く見えても、実際の空間図形でも長いとは言えないのではないかと。→投影図からは、辺や面のつながりはよく分かる。→しかし、辺の長さや角の大きさ、面の形などは必ずしも正しく表していない。→見た目だけでなく、見取図を使う人が解釈する必要がある。

- ②について…立方体の2つの面の対角線だと、なぜ長さが等しいのか。→立方体の6つの面はどれも合同な正方形である。→合同な正方形の対角線の長さは等しいから、 $BD = CF$ が成り立つ。

- ③について…見取図以外に、どのような情報があれば正しく判断できるのか。→実際に模型をつくれればよい。→展開図や投影図をかいても確かめることができそうだ。

こうした議論を通じて、①のことに注意しつつ、③のような方法も取り入れ、②のように「合同」、「正方形」、「対角線」といった数学的な表現を用いて理由を説明することの大切さを確認した。

○見取図、展開図、投影図の特徴を理解し、的確に用いることができるようにする。

上述した③に関連して、実際に展開図や投影図をかき、予想を確かめる活動を取り入れた。こうした活動を取り入れることで、見取図にはない展開図と投影図の特徴を明らかにした。また、見取図、展開図、投影図を比較して、それぞれの特徴について話し合う場面を設け、次のようにまとめた。

特徴	見取図	展開図	投影図
こんなところが便利！	<ul style="list-style-type: none"> <li>・辺や面のつながりがとらえやすい。</li> <li>・空間図形の形が想像しやすい。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・辺の長さや角の大きさ、面の形や面積などがとらえやすい。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・辺の長さや角の大きさ、面の形や面積などがとらえやすい。</li> <li>・空間図形の形が想像しやすい。</li> </ul>
こんなところに注意！	<ul style="list-style-type: none"> <li>・辺の長さや角の大きさ、面の形や面積などは、実際とは異なる場合がある。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・辺や面のつながりがとらえにくく、空間図形の形が想像しにくい場合がある。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・どの向きから見た図を用いるかで、空間図形の形が想像しにくい場合がある。</li> </ul>

実際にこれらを用いる場合には、単独で用いるよりも相互に関連付けて活用し、空間図形の性質をとらえることが有効であることを確認することも大切である。

