

(TIMSS2003調査—中学校数学2年—)

I	調査結果の概要	
1	数学問題の結果	・・・1
	(1) 各国の数学の得点の変化	・・・1
	(2) 数学の得点の変化	・・・1
	(3) 同一問題の内容領域別の平均正答率の変化	・・・1
	(4) 数学得点が一定の水準に達した生徒の割合	・・・2
2	質問紙の結果	・・・2
	(1) 「数学の勉強の楽しさ」の変化	・・・2
	(2) 「数学の勉強への積極性」の変化	・・・2
3	公表された問題(7題)の結果	・・・3
4	公表問題中の過去との同一問題について	・・・3
II	公表された問題の考察	
1	数学問題例1について	・・・4
2	数学問題例3について	・・・11
3	数学問題例4について	・・・17
4	数学問題例2について	・・・23
5	数学問題例5について	・・・25
6	数学問題例6について	・・・27
7	数学問題例7について	・・・29
III	学習指導の改善に向けて	
	(1) 基礎・基本の定着と数学的な概念の意味理解	・・・31
	(2) 数学的に解釈し表現する指導の重視	・・・31
	(3) 数学についての有用性を実感する機会を持たせる 指導の重視	・・・32

TIMSS 2003の結果について（数学・中学校2年）

I 調査結果の概要

国際数学・理科動向調査の目的

初等中等教育段階における児童・生徒の算数・数学及び理科の教育到達度を国際的な尺度によって測定し、各国の教育制度、カリキュラム、指導方法、教員の資質、児童・生徒の学習環境条件等の諸要因との関係を明らかにする。

1 数学問題の結果

(1) 各国の数学の得点の変化

() は標準誤差

	TIMSS1995	TIMSS1999		TIMSS2003		
シンガポール	609 (4.0)	604 (6.3)	1位	605 (3.6)	+1	1位
韓国	581 (2.0)	587 (2.0)	2位	589 (2.2)	+2	2位
香港	569 (6.1)	582 (4.3)	4位	586 (3.3)	+4	3位
台湾		585 (4.0)	3位	585 (4.6)	0	4位
日本	581 (1.6)	579 (1.7)	5位	570 (2.1)	-9	5位
国際平均値		487 (0.7)		467 (0.5)	-20	

我が国の平均得点は570点である。ただし、統計上の誤差を考慮すると、シンガポール、韓国、香港、台湾の得点より有意に低く、ベルギー（フラマン語圏）、オランダ以下の全ての国より有意に高い。

(2) 数学の得点の変化

「TIMSS1995・平均581」 → 「TIMSS1999・平均579」 → 「TIMSS2003・平均570」

我が国の中学校2年生の数学の得点は、上に示す通りTIMSS1999より9点、TIMSS1995より11点、いずれも有意に低くなっている。

(3) 同一問題の内容領域別の平均正答率の変化

	数学全体 79題		数 25題		代数 16題		測定 16題		幾何 12題		資料の表現・分析、 確率10題	
	1999	2003	1999	2003	1999	2003	1999	2003	1999	2003	1999	2003
シンガポール	76	74	80	78	69	69	76	74	73	71	81	79
韓国	71	72	72	73	68	71	64	63	74	75	82	80
香港	71	70	71	69	69	68	66	66	72	73	78	76
台湾	70	69	73	70	68	66	64	61	72	71	80	79
日本	70	66	70	65	69	64	63	58	75	74	79	76
国際平均値	50	48	50	51	46	45	42	41	51	50	62	62

同一問題全79題の平均正答率は、TIMSS1999より4ポイント低くなっている。

内容領域別の平均正答率は、「数」、「代数」、「測定」領域で5ポイント、「資料の表現・分析、確立」領域で3ポイント、「幾何」領域で1ポイント、有意に低くなっている。

(4) 数学得点在一定の水準に達した生徒の割合

TIMSS1995, TIMSS1999, TIMSS2003 では、数学得点在一定の水準に達した生徒の割合を出している。結果は次の通りである。

() は標準誤差

TIMSS1995 TIMSS1999 TIMSS2003	625点以上	550点以上	475点以上	400点以上	平均
シンガポール	40(2.9) 42(3.5) ↓ 44(2.0)	84(1.8) 77(2.6) ↓ 77(2.0)	98(0.4) 93(1.3) ↓ 93(1.0)	100(0.0) 99(0.3) ↓ 99(0.2)	609 604 ↓ 605
韓国	31(1.1) 32(0.9) ↓ 35(1.3)	67(1.0) 70(1.0) ↓ 70(1.0)	89(0.7) 91(0.5) ↓ 90(0.5)	97(0.4) 99(0.2) ↓ 98(0.3)	581 587 ↓ 589
香港	23(2.4) 28(2.1) ↓ 31(1.6)	65(3.2) 70(2.3) ↓ 73(1.8)	88(2.1) 92(1.3) ↓ 93(1.3)	96(0.6) 98(0.6) ↓ 98(0.6)	569 582 ↓ 586
台湾	37(1.6) ↓ 38(2.0)	67(1.5) ↓ 66(1.8)	85(1.0) ↓ 85(1.2)	95(0.5) ↓ 96(0.6)	585 ↓ 585
日本	29(1.0) 29(0.9) ↓ 24(1.0)	67(0.8) 66(1.0) ↓ 62(1.2)	91(0.5) 90(0.5) ↓ 88(0.6)	98(0.2) 98(0.2) ↓ 98(0.2)	581 579 ↓ 570

625点に達した生徒の割合は、我が国は24%で、シンガポール、台湾、韓国、香港に次いで5番目に高い。400点に達した生徒の割合は、98%で極めて高い水準にある。

625点に達した生徒の割合が、TIMSS1999の29%から24%と5ポイント低くなっている。

2 質問紙の結果

(1) 「数学の勉強の楽しさ」の変化

数学の勉強は楽しい	「強くそう思う」と答えた生徒の割合		「そう思う」と答えた生徒の割合		「そう思わない」及び「全くそう思わない」と答えた生徒の割合	
	1999	2003	1999	2003	1999	2003
日本	6	9	33	30	61	61
国際平均	25	29	44	36	31	

我が国は「強くそう思う」と答えた生徒の割合は9%であり、国際平均より20ポイント下回っているが、1999年の6%と比べて、統計的に有意に高くなっている。

(2) 「数学の勉強への積極性」の変化

数学の勉強への積極性の変化	高いレベル		中間層		低いレベル	
	1999	2003	1999	2003	1999	2003
日本	9	17	61	61	29	22
国際平均	37	55	52	35	11	10

我が国は、国際的にみて下位にある。

3 公表された問題（7題）の結果

今回の調査を受けて、数学の問題7題が公表されている。結果は次の通りである。

中学校2年数学

問題番号	問題の内容領域及び出題形式		我が国			国際平均		我が国と国際平均との差の正答率の差		国際平均との差の検定結果	履修状況
	内容領域	出題形式	順位	正答率	無解答	正答率	無解答				
例1	代数	自由記述	5	44%	29%	14%	52%	30%	有り	○	
例2	資料の表現・分析, 確率	自由記述	1	49%	3%	21%	13%	28%	有り	○	
例3	数	自由記述	6	62%	6%	38%	21%	24%	有り	○	
例4	幾何	選択肢	3	80%	1%	46%	4%	34%	有り	○	
例5	数	選択肢	7	78%	1%	61%	3%	17%	有り	○	
例6	代数	選択肢	9	79%	1%	65%	5%	14%	有り	○	
例7	数	選択肢	9	92%	3%	77%	4%	15%	有り	○	

4 公表問題中の過去との同一問題について

数学は、中学校2年の7題中5題（例1, 例3, 例4, 例5, 例6）がTIMSS1999調査と同一問題である。結果は次の通りである。

中学校2年数学

問題番号	問題の内容領域及び出題形式		我が国		国際平均値	我が国と国際平均値との差	国際平均値との差の検定結果	今回の履修状況	TIMSS 1999での正答率	過去の履修状況
	内容領域	出題形式	順位	正答率						
例1	代数	自由記述	5	44%	14%	30%	有り	○	54%	○
例3	数	自由記述	6	62%	38%	24%	有り	○	70%	○
例4	幾何	選択肢	3	80%	46%	34%	有り	○	81%	○
例5	数	選択肢	7	78%	61%	17%	有り	○	81%	○
例6	代数	選択肢	9	79%	65%	14%	有り	○	83%	○

II 公表された問題の考察

上記の公表された問題から、例1, 例3, 例4を中心に考察することにする。なお、この3問を中心に考察するのは以下に理由による。

この3問は1999年と同一問題であり、例1は正答率が54%から44%へ10ポイント低下し、例3は70%から62%へ8ポイント低下した問題である。例4は低下は少ないが、授業でよく取り上げる問題である。

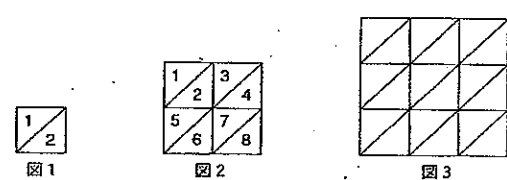
また、今回のTIMSSの調査結果は平成13年度の実施状況調査と類似の傾向があるのでそれとの関係についても考察する。

1 数学問題例 1 について

(1) 公表された問題 (数学問題例 1 中学校 2 年)

問題の説明

(ウ) : 最初の数個の図から三角形の数について一般化を行い、50番目の図の中にある三角形の図の中にある三角形の数の求め方を説明する。

内容領域 「代数」	国/地域	正答率										
問題の説明 (ウ) 最初の数個の図から三角形の数について一般化を行い、50番目の図の中にある三角形の数の求め方を説明する												
<p>下の3つの図形は、小さな合同な三角形に分けられています。</p>  <p>図1 図2 図3</p> <p>ア) 下の表を完成させなさい。はじめに、図3の中に小さな三角形がいくつあるかを書き入れなさい。次に図1、図2、図3と同じようにして4番目の図4を作ったときの小さな三角形の数を書き入れなさい。</p> <table border="1" data-bbox="462 1120 702 1299"> <tr> <th>図</th> <th>小さな三角形の数</th> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>32</td> </tr> </table> <p>イ) 同じようにして7番目の図を作ります。図7の中には小さな三角形がいくつありますか。</p> <p>答: <u>98</u> 個</p> <p>ウ) さらに同じようにして50番目の図を作ります。50番目の図の中にある小さな三角形の数の求め方を説明してください。ただし、図50をかくとその中の小さな三角形の数を数えてはいけません。</p> <p>小さい四角形の数を求める。 $50 \times 50 = 2500$ (個) 小さい四角形の中には 2×2 三角形があるから 2 倍する $2500 \times 2 = 5000$</p>	図	小さな三角形の数	1	2	2	8	3	18	4	32	台湾	49 (2.0) ▲
	図	小さな三角形の数										
	1	2										
	2	8										
	3	18										
	4	32										
		韓国	48 (1.8) ▲									
		香港	45 (2.0) ▲									
		シンガポール	44 (2.0) ▲									
		日本	44 (2.1) ▲									
		オランダ	36 (2.4) ▲									
		オーストラリア	26 (2.7) ▲									
		ハンガリー	24 (2.1) ▲									
		スコットランド	22 (2.2) ▲									
		ベルギー(フラマン語圏)	21 (1.3) ▲									
		アメリカ	19 (1.5) ▲									
		スウェーデン	17 (1.6) *									
		ニュージーランド	16 (2.1) *									
		エストニア	15 (1.3) *									
		スロバキア	14 (1.5) *									
	国際平均値	14 (0.2)										
	イタリア	14 (1.5) *										
	ラトビア	13 (1.5) *										
	スロベニア	13 (1.6) *										
	セルビア	11 (1.2) ▼										
	リトアニア	11 (1.3) ▼										
	ルーマニア	11 (1.6) ▼										
	マレーシア	10 (1.0) ▼										
	イスラエル	10 (1.3) ▼										
	キプロス	10 (1.1) ▼										
	ノルウェー	9 (1.3) ▼										
	ロシア	9 (1.2) ▼										
	アルメニア	8 (1.2) ▼										
	インドネシア	7 (0.9) ▼										
	チリ	6 (0.8) ▼										
	ヨルダン	5 (0.9) ▼										
	エジプト	5 (0.8) ▼										
	パレスチナ	5 (0.7) ▼										
	マケドニア	4 (0.9) ▼										
	フィリピン	4 (0.9) ▼										
	ブルガリア	4 (0.8) ▼										
	バーレーン	4 (0.8) ▼										
	イラン	3 (0.6) ▼										
	モロッコ	2 (0.8) ▼										
	ボツワナ	2 (0.5) ▼										
	南アフリカ	1 (0.5) ▼										
	チュニジア	1 (0.3) ▼										
	レバノン	1 (0.3) ▼										
	ガーナ	1 (0.3) ▼										
	サウジアラビア	0 (0.1) ▼										
	モルドバ	0 (0.1) ▼										
	イギリス	20 (2.0) ▲										

(2) 解答類型 (数学問題例 1 中学校 2 年)

① 解答類型及び反応率

コード	解答	日本	国際平均値
正答 (2 点)			
20	$2n^2$ のように正しい (すなわち, 文字を用いた) 一般式, または言葉によるそれと等しい表現。	12.2	2.6
21	2×50^2 または $2 \times 50 \times 50$ または 100×50 または $(50+50) \times 50$ または言葉によるそれと等しい表現 (計算間違いは無視する)。 <次の解答例を含む> <div style="text-align: center;"> </div>	31.4	11.4
部分正答 (1 点)			
10	5000 という答えが書いてあるが, 説明はない。	0.8	1.5
19	その他の部分正答	0.7	0.5
誤答 (0 点)			
70	50×2 または 100	1.1	1.6
71	50×50 または 2500	0.5	1.0
79	その他の誤答 (線や消しゴムで消したもの, 無関係な記述, 判読不能, 途中で止めたものを含む)。	24.9	29.3
無答 (0 点)			
99	無記入	28.5	52.1

② 過去との比較

反応率 (例 1)

	正答	部分正答	誤答	無答・他
TIMSS2003	44%	1%	27%	28%
TIMSS1999	54%	2%	27%	17%
正答が 54% から 44% に低下している。無答が 17% から 28% へ増加している。				

(3) 問題についての考察

この問題は、事象の中の数量の関係を文字を用いて表現する力をみる問題である。規則性を見出し、それを式に表す力が必要である。

この問題は、三角形の個数を求めるものであるが、この問題は正方形の個数を求めそれを2倍すると求めることができる。三角形の個数だけに目を奪われると解答の見直しをもてない生徒もいることも考えられる。

無解答が17%から28%になり、11ポイント増えている。その他の誤答への反応率は27%で変化がない。分からない生徒、自信がない生徒が解答しなかったのではないかと考えられる。

解答がすぐにでない問題について、無解答が多くなるのは、平成13年度の実施状況調査で指摘していることと同じ傾向である。

この問題では、これまでに学習したことを問題の状況にあわせて活用する力が求められている。また自分の言葉で説明する必要がある。

この問題は、中学校数学で明示的に指導している内容ではない。多くの場合、このような問題は、課題学習で取り扱われることが多いので、この問題をはじめて解く生徒も多くいるものと思われる。授業においては、文字式の導入場面で、例えば、マッチ棒を正方形にならべて、正方形の個数とマッチ棒の本数の関係を式に表す問題が行われている。

関連する問題として、平成13年度小学校教育課程実施状況調査では、規則性を生かしてマッチ棒の本数の求め方を考えさせる問題(5C13)を出題している。結果は、59.9である。

2 現行の学習指導要領との関係

この問題は、学習指導要領では1年A「数と式」の(2)に対応している。

中学校学習指導要領			
1年 A 数と式			
(2)	文字を用いて関係や法則を式に表現したり式の意味をよみとったりする能力を養うとともに、文字を用いた式の計算ができるようにする。	ア	文字を用いることの意義を理解すること。
		イ	文字を用いた式における乗法、除法の表し方を知ること。
		ウ	簡単な一次式の加法と減法の計算ができること。

さらに、例題1のような問題の力は、数学の学習全体を通して育てることが必要である。

数学科の目標には、「事象を数理的に考察する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育て

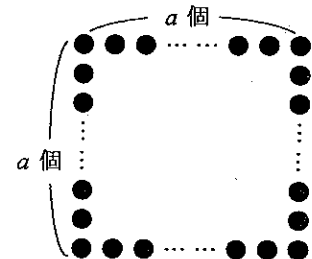
る」ことが明示されている。

これを踏まえ、数学の学習では、与えられた問題を解いて結果を出すと言うだけでなく、事象をよく観察し問題を見いだしたり、既習の知識などを生かして様々な解決方法を考えたり、自分なりの考えを筋道を立てて説明したり、得られた結果についても振り返ってよく考え新たな発見をしたりするなど、様々な活動を通して数学の理解を一層深めるようにしたい。このことを実現するために授業では、観察、操作や実験などを取り入れた学習活動を展開するようにする必要がある。このような活動を通して、生徒に多様な見方を育成できるようにしていくことが大切である。

3 教育課程実施状況調査との関係

教育課程実施状況調査に次のような問題がある。この問題は平成6年度(A6(1))、平成13年度(B4(1))、平成15年度(B4(1))において共通の問題として出題している。この問題は「事象の中の数量の関係を文字を用いて表現することができる」かを見る問題であり、TIMSSの問題と類似問題である。

右の図のように、基石を正形状に並べます。正方形の1辺に並べる基石の個数が a 個のときの、基石全部の個数を求める式をつくろうと思います。

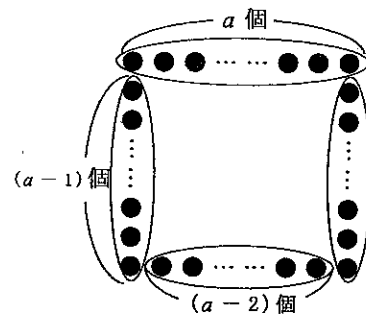


明子さんは、この問題を次のように考えました。


右の図で、一番上のひとまとまりは a 個、左右にそれぞれ $(a-1)$ 個ずつ、一番下のひとまとまりは $(a-2)$ 個になるので、考え方を表す式は、

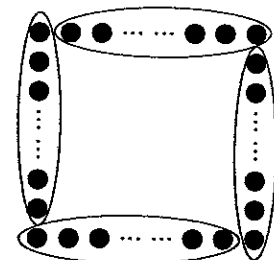
$$a + (a-1) \times 2 + (a-2)$$

です。



次の各問いに答えなさい。

(1) 正男さんは、右の図のように  で囲んで考えました。正男さんの考え方を表す式を の中に書きなさい。



解答類型	H6	H13 調査	
	調査	公立	全体
$(a-1) \times 4$ と解答しているもの	51.6	42.8	46.1
$(a-1) + (a-1) + (a-1) + (a-1)$ と解答しているもの	1.3	1.3	1.3
$a \times 4$ と解答しているもの	12.9	12.3	11.8
$(a-2) \times 4$ と解答しているもの	0.3	0.4	0.4
上記以外の解答	22.6	21.8	20.7
無解答	11.2	21.3	19.8
通過率	52.9	44.1	47.3

この問題の結果をみると、平成6年度（平成7年2月調査）の結果と平成13年度調査（平成14年2月調査）を比較すると、正答率が約10ポイント減り、無解答が約10ポイント増えている。これは、TIMSSの問題の結果が、前回の正答率は54%であり、今回（44%）が前回より10ポイント低くなり、無解答が17%から、28%となり、11ポイント増えていることと同じ傾向を示している。

この問題を分析した平成13年度実施状況調査の分析報告書では、次のように学習指導上の改善事項を示している。

(1) 具体的な場面の数量の関係を文字式で表現するために、言葉の式や図を利用できるようにする

文字を用いた式で表現することへの困難を取り除くためには、具体的な場面の数学の関係を、言葉の式や図で表すとき、それらの表現をもとにして文字を用いた表現に高める過程をきめ細かに指導する必要がある。

すなわち、具体的な場面に含まれる数量の関係を、まずはじめに、言葉の式や図で表現し、次に文字式で表現するなど、具体的な場面から段階的に表現するように指導したい。この際、具体的な場面の数値をいろいろ変化させ、生徒が、数値が変わっても数量の関係が変わらないことに気づき、「数量の関係を一般的に表現するには文字式を用いればよい」など、文字式で表現することの必然性やよさを感じ得るように配慮する必要がある。

(2) 「具体から抽象へ」と「抽象から具体へ」の両面の活動を重視する

具体から抽象へと発展するとともに、一つの文字式から様々な具体的な事象を考えるという活動、すなわち、抽象から具体へ戻すことの両面の指導を重視する必要がある。そのことで、文字式の働きやよさについて理解を深めることができるであろう。

4 具体的な指導の改善

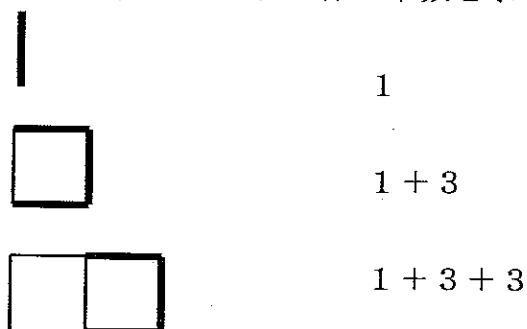
TIMSS2003 年度の結果は実施状況調査の結果と同じ傾向にあり、生徒の学習状況を改善するためには、実施状況調査の学習指導上の改善事項を学校で実現することが必要になる。

授業の実践に当たっては、ここで示された改善事項を実現するためにはどのような指導が必要であるかを考えることが必要である。

ここでは、1つの指導の例を示すことにする。

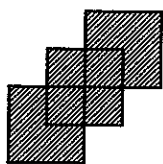
授業においては、文字式の導入場面で、マッチ棒を正方形にならべて、正方形の個数とマッチ棒の本数の関係を式に表す問題が行われている。

マッチ棒の問題では、マッチ棒の本数を求めることが目的ではなく、その学習を通して、規則性を見出し、それを式に表す力を高めることが必要になる。マッチ棒を正形状にならべ、そのマッチ棒の本数を求める問題がある。

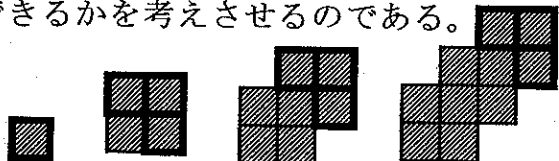


このとき、 $1 + 3n$ の式を記憶しても、生徒の規則性を見いだす力は育たない。このとき、増え方に注目すること、規則性を見いだすことなどを指導することが必要になる。そのような指導をすることによって、次のような問題を必然的に発展するのである。

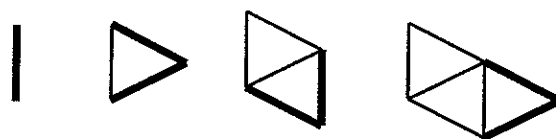
正方形の紙が重なる場合、小さい正方形の数ほどの式になるか。



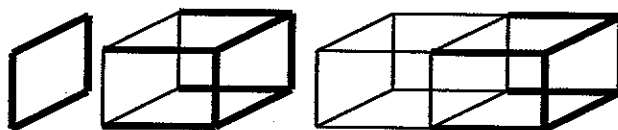
この問題を対応表などを使って解決すると $1 + 3n$ という式になる。この式がマッチ棒の時の式と同じであることに注目させることが必要である。そして、どのようにみることによって、同じ見方ができるかを考えさせるのである。



正方形でなく、三角形を作る場合。



この場合も、増え方に注目し $1 + 2n$ という式を作ることができる。

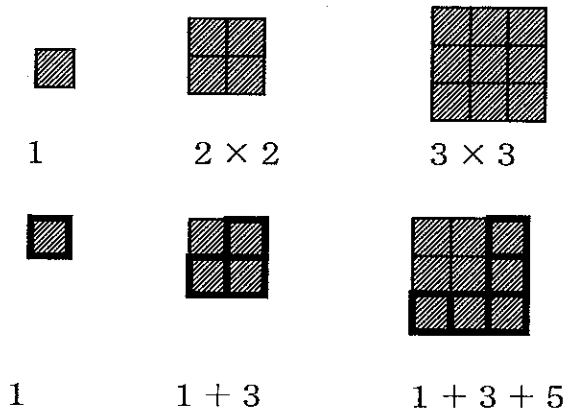


増え方に注目し、 $4 + 8n$ という式をつくる。

このように見ることによって、増え方がマッチ棒と同じあり、マッチ棒の時と同じ $1 + 3 \cdot n$ という式になる。 | それぞれの問題に共通した考え方があることを指導することが大切である。

上記のように、形が違いますが考え方が同じ、式が同じことから考え方の共通性を見出すような指導を意識して行っていくことが必要になる。

このような学習をすることによって、生徒が規則性に注目することの必要性に気付くようになると思われる。



上記の問題では、多くの場合、正方形の個数を求める考え方と、増え方に注目する考え方で処理できるものと思われるので、生徒にその両方について考えさせるようにしたい。

2 数学問題例3について

(1) 公表された問題（数学問題例3 中学校2年）

問題の説明

整数を分数でわる一段階の文章題を解く

数学問題例3 ー中学校2年ー

内容領域：「数」	国/地域	正答率
問題の説明：整数を分数でわる一段階の文章題を解く		
<p>あるカップには、$\frac{1}{5}$ kg の小麦粉が入ります。6 kg の小麦粉が入る袋をいっばいにするには、このカップで何ばい<small>200g</small>の小麦粉が必要ですか。</p> <p>答： <u>30</u>ばい</p>	シンガポール	79 (1.9) ▲
	香港	76 (1.8) ▲
	台湾	75 (1.9) ▲
	オランダ	74 (2.1) ▲
	韓国	68 (1.5) ▲
	日本	62 (1.0)
	ベルギー(フラン語圏)	62 (2.2) ▲
	スウェーデン	60 (1.9) ▲
	オーストラリア	53 (2.6) ▲
	アメリカ	52 (1.7) ▲
	スコットランド	51 (2.7) ▲
	エストニア	51 (2.0) ▲
	ラトビア	51 (2.7) ▲
	ハンガリー	51 (2.1) ▲
	ロシア	49 (2.7) ▲
	イスラエル	48 (2.3) ▲
	マレーシア	47 (2.2) ▲
	ニュージーランド	46 (3.2) ▲
	スロベニア	46 (2.1) ▲
	アルメニア	45 (2.2) ▲
	リトアニア	43 (2.3) ▲
	スロバキア	43 (2.0) ▲
	ノルウェー	39 (2.1) ●
	ルーマニア	39 (2.8) ●
	国際平均値	38 (0.3)
	セルビア	38 (2.0) ●
	ブルガリア	38 (3.0) ●
	キプロス	37 (1.8) ●
	モルドバ	37 (2.7) ●
	イタリア	34 (2.1) ▼
	インドネシア	26 (1.5) ▼
	マケドニア	22 (2.0) ▼
	イラン	20 (1.9) ▼
チュニジア	18 (1.4) ▼	
エジプト	17 (1.4) ▼	
ヨルダン	16 (1.5) ▼	
レバノン	15 (1.4) ▼	
チリ	13 (1.1) ▼	
フィリピン	13 (1.3) ▼	
パーレーシ	11 (1.3) ▼	
ボツワナ	11 (1.1) ▼	
パレスチナ	10 (1.2) ▼	
モロッコ	8 (1.5) ▼	
南アフリカ	7 (1.3) ▼	
サウジアラビア	7 (1.9) ▼	
ガーナ	6 (1.0) ▼	
イギリス	50 (3.1) ▲	

(2) 解答類型（数学問題例3 中学校2年）

① 解答類型及び反応率

コード	解答	日本	国際平 均値
	正答（1点）		
10	30	62.3	38.4
	誤答（0点）		
70	30kg	0.1	1.5
71	$\frac{6}{5}$ $[6 \times \frac{1}{5}]$	2.2	3.8
72	4 $[1\text{kgにするには、あと}\frac{4}{5}\text{必要だから}]$	0.8	1.9
73	5 $[5\text{カップ} = 1\text{kgの小麦粉}]$	4.4	2.3
74	6 $[問題文にあるから]$	6.3	3.1
79	その他の誤答（線や消しゴムで消したもの、無関係な記述、判読不能、途中で止めたものを含む）。	17.6	27.7
	無答（0点）		
99	無記入	6.3	21.4

② 過去との比較

反応率（例3）

	正答	部分正答	誤答	無答・他
TIMSS2003	62%		31%	6%
TIMSS1999	70%		25%	5%

(3) 問題についての考察

この問題は、計算技能の定着と文章題から適切な演算を決定し立式することをみよ
うとするものである。分数の乗法、除法については、小学校6年生の学習内容であり、
中学校では、文字式と関連し出題することはあるが、具体的な数で出題することは少
ない。

平成13年度実施状況調査の小学校6年B2では、重さの問題で $5/6 \div 2/3$ の式を
作る問題を出しているが、結果は、43.8であり、6年C2では、水の量の問題で、 $5/6$
 $\div 2/3$ の式を作る問題を出しているが、結果は30.5である。

一方、5年A4では、重さの問題で $4.2 \div 3.5$ の式を作る問題を出している。結果
は56.9 5B5では、 $1.8 \div 0.5$ の問題を出題し、83.7である。

このように文章題から適当な演算決定する場面で、数値に分数が使われるとできない生徒が多い。この問題の結果は、この傾向が中学になっても現れていることを示唆している。

2 現行の学習指導要領との関係

この問題は、学習指導要領では小学校6年 A「数と計算」の(3)及び1年A「数と式」の(1)に対応している。

学習指導要領			
6年 A 数と計算			
(3)	分数の乗法及び除法の意味について理解し、それらを適切に用いることができるようにする。	ア	乗数や除数が整数である場合の乗法及び除法の意味について理解すること。
		イ	乗数や除数が整数や小数の場合の計算の考え方を基にして、乗数や除数が分数である場合の乗法及び除法の意味について理解すること。
		ウ	分数の乗法及び除法の計算の仕方を考え、それらの計算ができること。

学習指導要領			
1年 A 数と式			
(1)	正の数と負の数について具体的な場面でし、その四則計算ができるようにする。	ア	負の数の必要性を知り、正の数と負の数の意味を理解すること。
		イ	正の数と負の数の四則計算の意味を理解し、簡単な計算ができること。

数学的な表現や処理の仕方の一部として計算の習得が目指されているとともに、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方のよさを知り、実生活等に活用しようとする態度の育成が意図されていることに留意する必要がある。

3 教育課程実施状況調査との関係

平成 13 年度実施状況調査小学校算数報告書において、「分数の計算」の指導上の改善として次のように記述している。

「分数の計算」については、計算の意味理解についての問題や、計算の仕方の思考・判断についての問題、計算の技能についての問題などを出題している。このうち、計算の技能と比べると、計算の意味理解と、計算の仕方の思考・判断についての問題で、設定通過率を下回ると考えられるものが多いという状況がみられる。計算の意味理解や計算の仕方の思考・判断にかかわっては、計算の意味を実際の場面と結びつけたり、目的に応じて必要な計算を選んだり計算の仕方を工夫したりする学習を充実させて、計算の意味を実感的にとらえられるようにする指導の工夫が大切である。また、それと並行して、計算の技能を定着させるための学習を一人一人の児童の学習状況に応じて進めるようにする指導が必要である。

現行学習指導要領（平成 10 年告示）では、学年の目標において「計算の意味について理解し、計算の仕方を考え、用いること」を重視しているので、その趣旨を生かした取組が必要である。

中学校の実施状況調査では、 $9+(+4)\times(-5)$ の計算を昭和 57 年度調査から連続で出題している。その結果は下の表の通りである。この結果から、計算処理の指導は効果を上げていていると思われるが、TIMSS の結果から、演算を決定する力などが十分には身に付けていないことが考えられる。

解答類型	S57	H6 調査	H13 調査	
			公立	全体
- 11 と解答しているもの	67.9	72.9	63.1	64.9
- 65 と解答しているもの	12.2	10.2	17.3	16.6
11 と解答しているもの				
- 29 と解答しているもの				
上記以外の解答		14.4	15.4	14.5
無解答		2.5	4.3	4.0
通過率	67.9	72.9	63.1	64.9

平成 13 年度実施状況調査の報告書において、この指導の改善について次のように記述している。

多くの計算は、前から順に計算すると答えにたどり着くことができる。そのような経験だけをしている生徒は、前から順に計算してしまうと思われる。乗除を先に計算するなど約束をもとに正しく計算することができるようにすることを重視する必要がある。このような指導を通して、複数の演算を含む計算問題では、常に計算の順序を考えながら処理できるようにしたい。さらに計算間違いを減らすために途中の計算を残していくように指導することも重要である。また、考えられる誤答を示してどこに誤りがあるのか指摘させるような問いかけも大切である。

4 具体的な指導の改善

数学的活動において計算の意味をとらえ直してみると、計算は、機械的な処理に加え、生産的かつ有機的な活動を伴い、様々な活動の中で重要な役割を担っていることが分かる。役割の中には、例えば、数や文字の概念を理解すること、具体的な場面から式をつくること、計算の過程を工夫すること、計算の結果を具体的な場面に戻すことなどがある。このように、数学科の目標において「計算に関する力」は、数学的活動の主な原動力であるとともに、計算を伴う諸活動を通じて創造性の基礎を培い、その意味や役割を感得し、実生活に生かそうとする力として位置づけることができる。

このような考えに立ち「計算に関する力」に関する状況を改善するため、計算に関する意味の指導を折に触れて行うことが大切である。その際、例えば、方程式の移項は等式の性質に基づいて行われていることなどの計算の意味を生徒が理解できるようにすることが必要である。

表 1	
$ax+b=0$	(1)
$ax+b-b=0-b$	(2)
$ax=-b$	(3)
$ax \cdot 1/a=1/a \cdot (-b)$	(4)
$x=(-b) \cdot 1/a=-b/a$	(5)

表 2	
i	$a+0=a$
ii	$a-a=0$
iii	$a \times 1=a$
iv	$a \times 1/a=1$
v	$a \times 0=0$

方程式の解き方を指導する場合、①のような方程式をまず指導することが多い。この場合、等式の性質を使って、両辺から7をひいて解くと指導していることが多い。このことは間違いではないが、このようにだけ指導していると、方程式を解くとは、何か数をひくことであると理解する生徒がでてくる。そのように理解した生徒は②のような問題のときでも①と同じように7をひいて答えているのである。このようにする生徒は、方程式を解くのは、等式の性質を使って、定数項をひくことであると理解し、何のためにひいているのかについて理解していない。

これは、生徒の問題ではなく、指導の問題であると思われる。つまり、指導の中で、「何のために7をひいているのか」について、その見方や考え方について生徒に指導していないため②のような間違いをする生徒がいるものと思われる。

方程式を解くときには、たし算、かけ算における0と1の特殊性に帰着して解いている。このようなことをどれくらい生徒に考えさせているのかについて改めてふり返ってみることが必要である。

はじめに指導する 方程式の例	
①	$x+7=6$ 両辺から7をひく $x+7-7=6-7$ $x=-1$

生徒がよく間違う例	
②	$x-7=6$ 両辺から7をひく $x-7-7=6-7$ $x=-1$

①のような方程式を指導するとき、「なぜ両辺から7をひくのか」ということを生徒に質問する授業がどれくらい行われているかということである。ここの指導では、両辺から7をひくのは、(i)の性質を使いたいためであるということを生徒が意識してその操作を行うことが大切である。つまり、生徒は、「0になるような計算をつくる」という目的を持つことが大切なのである。0になるような計算を考えたら、①の場合は、7をひく必要があるという結論になるのである。ただし、左辺だけに行うと、等式が成り立たなくなるので、両辺に同じ操作をするのである。ここの指導では、このような思考を生徒にさせるようにすることが重要である。つまり、何のための操作であるのかをしっかりと考えるのである。このような思考をしている生徒は、②の方程式になったとき、形式的に7をひくということをしないと思われる。同じことが、両辺をわるときにも行われることになる。

なお、生徒の計算技能を高めるため、生徒の実態に応じた適切な教材を用いて反復練習の機会を設けることは言うまでもなく大切である。

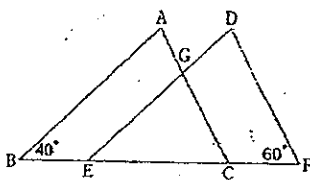
3 数学問題例 4 について

(1) 公表された問題（数学問題例 4 中学校 2 年）

問題の説明

合同な三角形の性質を用いて、角の大きさを求める

数学問題例 4 ー中学校 2 年ー

内容領域：「幾何」	国／地域	正答率
<p>問題の説明：合同な三角形の性質を用いて、角の大きさを求める</p> <p>下の図で、三角形 ABC と三角形 DEF は合同で、$BC = EF$ です。</p>  <p>角 EGC の大きさは、次のどれですか。</p> <p>① 20° ② 40° ③ 60° ④ 80° ⑤ 100°</p> <p>正答：④</p>	韓国	84 (1.4) ▲
	香港	81 (1.6) ▲
	日本	80 (0.4) ▲
	シンガポール	79 (1.6) ▲
	台湾	73 (1.9) ▲
	エストニア	67 (2.0) ▲
	ベルギー(フラン圏)	66 (1.7) ▲
	ラトビア	63 (2.2) ▲
	ブルガリア	60 (2.6) ▲
	イスラエル	57 (2.7) ▲
	ロシア	55 (2.7) ▲
	レバノン	55 (2.2) ▲
	スコットランド	54 (2.7) ▲
	スロバキア	54 (2.5) ▲
	リトアニア	51 (2.3) ▲
	ハンガリー	50 (2.4) ●
	オーストラリア	47 (2.1) ●
	エジプト	47 (1.7) ●
	マレーシア	47 (2.4) ●
	国際平均値	46 (0.3) ●
	アルメニア	45 (2.4) ●
	モルドバ	45 (3.0) ●
	キプロス	44 (2.2) ●
	オランダ	44 (2.5) ●
	セルビア	43 (1.9) ●
	ニュージーランド	42 (3.6) ●
	ヨルダン	42 (1.8) ▼
	イタリア	42 (2.3) ●
	チュニジア	41 (1.6) ▼
	バーレーン	41 (2.4) ▼
	スウェーデン	40 (2.1) ▼
	パレスチナ	39 (1.7) ▼
	イラン	37 (2.1) ▼
	スロベニア	37 (2.5) ▼
	アメリカ	36 (1.7) ▼
	マケドニア	33 (2.4) ▼
	ノルウェー	32 (2.1) ▼
	インドネシア	31 (1.7) ▼
	モロッコ	31 (2.2) ▼
	チリ	30 (1.8) ▼
	サウジアラビア	26 (2.5) ▼
	南アフリカ	21 (1.5) ▼
	ガーナ	20 (1.6) ▼
	ボツワナ	20 (1.5) ▼
	ルーマニア	18 (1.7) ▼
	フィリピン	15 (1.3) ▼
	イギリス	47 (2.6)

(2) 解答類型 (数学問題例 4 中学校 2 年)

① 解答類型及び反応率反応率

問題例 4	選択肢への反応率					
	①	②	③	④	⑤	無答・他
日 本	2.4	4.2	8.1	80.2	4.5	0.5
国際平均値	11.9	12.1	15.8	45.9	10.1	4.3

② 過去との比較

	選択①	選択②	選択③	選択④	選択⑤	無答・他
TIMSS2003	2%	4%	8%	80%	5%	1%
TIMSS1999	2%	5%	7%	81%	5%	0%

(3) 問題についての考察

この問題は、「平行線や三角形の性質を用いて角の大きさを求めることができるか」を見るものである。多くの授業においてよく扱われる問題であり、80%の正答率である。

(4) 現行の学習指導要領との関係

この問題は、学習指導要領では2年B「図形」の(1)に対応している。

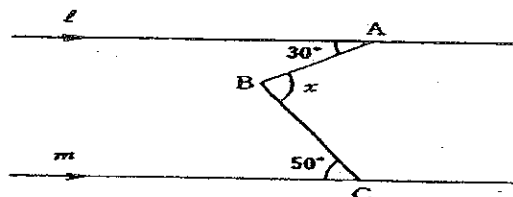
中学校学習指導要領			
2年 B 図形			
(1)	観察，操作や実験を通して，基本的な平面図形の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。	ア	平行線や角の性質を理解し，それに基づいて図形の性質を確認することができる。
		イ	平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして，多角形の角についての性質を見いだせることを知ること。

自らの力で論理的に考え判断する力を育てることの重要性は，これまでも指摘され続けてきている。こうした力を身に付けることができるようにするために，数学科の学習指導要領でも，どうしてそのように考えることができるのかを説明できるような指導の充実が図られるようにしているところである。例えば，「B図形」領域の内容（第2学年）で言えば，図形の性質を確認するとき，平行線や角の性質を理解し，これを「基にして」考えることができるようにしているところである。

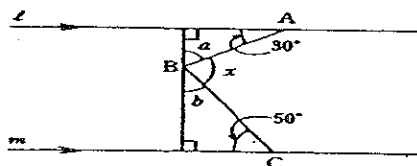
(5) 教育課程実施状況調査との関係

教育課程実施状況調査に次のような問題がある。この問題は平成6年度(A6(1)),平成13年度(A6(1)),平成15年度(C6(1))と共通の問題として出題している。この問題は「平行線や三角形の性質を用いて角の大きさを求めることができるか」を見る問題であり、TIMSSの問題と類似問題である。

- ⑥ 下の図において、2直線 l , m は平行です。 $\angle x$ の大きさの求め方について、次の各問いに答えなさい。



- (1) 伸浩さんは点Bを通り、直線 l と m に垂直な直線をひき、 $\angle a$ と $\angle b$ の大きさを求めてから、 $\angle x$ の大きさを求めました。
 $\angle x$ の大きさは何度ですか。答えを の中に書きなさい。



度 (12)

解答類型	H6 調査	H13 調査	
		公立	全体
80 または 80° と解答しているもの	90.4	88.9	89.4
上記以外の解答			7.7
無解答			2.9
通過率	90.4	88.9	89.4

この問題は、授業でもよく取り上げられる問題であり、約9割の生徒が正解している。TIMSSの問題も授業の中でよく取り上げられる問題である。我が国の生徒は、授業の中で取り上げ、目にしたことがある問題はよくできるが、初めてみるような問題では通過率が低い傾向があると考えられる。初めてみるような問題でも見通しをもって取り組めるようにすることが大切である。

中学校2年生の図形の学習指導上の改善事項として報告書では次のように記述している。

① 見通しをもって、証明を構成することができようにする

証明問題に取り組もうとするとき、生徒は全体像がみえないまますぐに証明の記述をはじめようとして混乱してしまう傾向がみられる。まず、生徒自らが証明を構成す

るための見通しをもつようにする必要がある。

第1には、あらかじめ分かっている内容である仮定と証明すべき結論を明確にすることが重要になる。

仮定と結論の区別をつけさせるために、図を与えるのではなく、生徒に問題の条件から自分で図をかかせることが有効である。

第2には、はじめから厳密性を要求せずに、生徒が自分の言葉で証明のあらすじを述べたり書いたりするようにしていくことが重要である。

「もともと論証とは、ある事実が正しいことをまず自分が納得し、他人を説得する手だてである」(学習指導要領解説書 p.41) ことに注目すれば、生徒どうしが討議し、それを通じて証明の見通しをもつようにしたり、よい証明に高めたりしていく授業展開も考えられる。

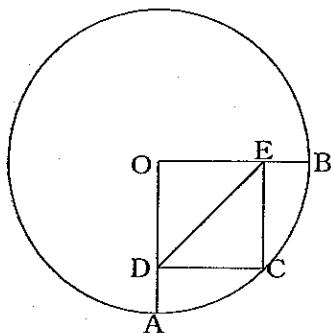
② 証明をよみとることも大切にし、証明についての理解を深める

平行四辺形の単元は、証明を通して論理的に考える力を育成する上で格好の素材である。平行四辺形の性質が例外なしに必ず成り立つことを理解する際には、その前段階で学習する平行線の性質や三角形の合同条件などを使って演繹的に導く方法と同じ方法が用いられていることを明確にするとともに、平行四辺形のいろいろな性質を証明によって演繹的に導くことのみならず、証明されたものを振り返り、証明をよむ活動もより充実したい。すなわち、証明によって何が導かれたか、それを導く際の根拠としてどのような条件や仮定が用いられているかをよみとる機会を設けるようにしたい。

(6) 具体的な指導の改善

論理的な思考力を育てるためには、どのような論理を使っているかを意識させることが必要である。

数学的な考え方は、生活の中で意識せずに使われていることが多い。また、数学の学習でも意識せずに、数学的な考え方を使得問題解いていることがある。その問題だけに通じる考え方でなく、他の場面でも使った考え方であることを顕在化させることが大切である。そのようにすることが数学が実生活で使われていることを意識させることになる。



例えば、半径 10 cm の円に図のように、長方形 ODCE を作り、対角線 DE の長さを求める問題を考える。

この問題の答えは 10 cm であるが、この答えを暗記しても、論理的な思考力は育たない。

$$OB = 10 \text{ cm}$$

半径は等しいので、 $OB = OC$

長方形の対角線は等しいので、 $OC = DE$

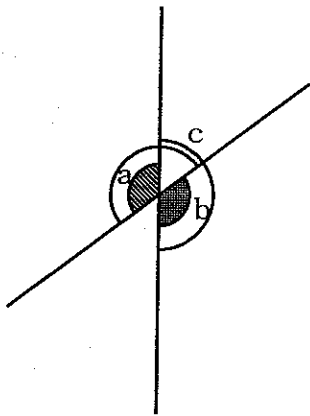
だから、 $OB = DE$

このような考え方 ($P=Q$, $P=R$ ならば, $Q=R$ である) は, 実生活では意識されずに使われている。このような問題を解くことによって, この問題の考え方を顕在化させていくことが必要である。また, このように考えることによって, 新しいことが分かるようになることを経験させることも必要である。また, どのような論理で説明されているかを指導することも必要である。

次に対頂角が等しいことの指導について考える。

平行線と角についての「数学的な見方や考え方」の評価規準には次のように示されている。

- ・「対頂角が等しい」などのことを帰納的な推論や類推を用いて予想できる。」
 - ・「平行線の性質について予想したことの一般性を用いて考察することができる。」
 - ・「平行線の性質を用いて, 三角形の内角の和について考察することができる。」
- これらの考え方を育てるためにどのような指導が必要かを考える必要がある。



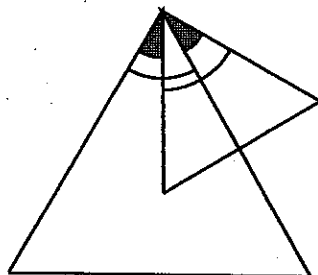
$$a = 180 - c$$

$$b = 180 - c$$

だから $a = b$

このような指導は行われ, この後に, 対頂角を求める指導に入ることが多い。しかし, ここではこの対頂角で使った考え方を発展させるような指導をすることが必要である。

例えば, 対頂角で使った考え方は, 「等しいものから等しいものをひいたら残りも等しい」という考え方を使っている。それは, 等しいものであれば, 180° (直線) の場合でなくても使えることが大切である。例えば, 2つの正三角形が次のように頂点を共有している場合についても同じように説明できる。



$$a = 60 - c$$

$$b = 60 - c$$

だから $a = b$

「等しいものから等しいものをひいたら残りも等しい」というのは、等式の性質である。 $A=B$ であれば、 $A-C = B-C$ という考え方を使って説明している。ただ、向かい合った角の大きさは等しいという知識として教えるのではなく、「等しいものから等しいものを引くと、残りも等しい」ということを使っていることを、そして、これは等式の性質でも使われている考え方であることを意識させることが大切である。

このように、問題固有の解き方を指導するだけでなく、その問題に含まれている数学的な見方や考え方を顕在化できるようにしたい。

4 数学問題例 2 について

(1) 公表された問題 (数学問題例 2 中学校 2 年)

問題の説明

表の資料を選択し、結論を導き、それが正しいことを説明する。

数学問題例 2 ー中学校 2 年ー

内容領域: 「資料の表現・分析・確率」					国/地域	正答率																	
問題の説明: 表の資料を解釈し、結論を導き、それが正しいことを説明する																							
<p>花子さんと一郎さんと桜さんは、ゼットランド国に引っ越してきたばかりで、それぞれ電話サービスを利用しようとしています。3人は電話会社から、次のような2種類の電話料金プランについての情報を得ました。</p> <p>3人は月ごめで料金を支払わなければなりません。通話した時間によって、支払料金が異なります。その料金は、電話を昼間に使うのかまたは夜間に使うのかと、どちらの支払いプランを選んだのかによって異なります。どちらのプランも無料通話の時間が設定されています。2つのプランの詳細は下の表に示してあります。</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">料金プラン</th> <th rowspan="2">月間基本料金</th> <th colspan="2">分あたり通話料金</th> <th rowspan="2">1か月の無料通話時間</th> </tr> <tr> <th>昼間 (午前8時～午後6時)</th> <th>夜間 (午後6時～午前8時)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Aプラン</td> <td>20ゼット</td> <td>3ゼット</td> <td>1ゼット</td> <td>180分</td> </tr> <tr> <td>Bプラン</td> <td>15ゼット</td> <td>2ゼット</td> <td>2ゼット</td> <td>120分</td> </tr> </tbody> </table> <p>・花子さんの1か月の通話時間は2時間未満です。花子さんにとってどちらの料金プランが安上がりですか。 安上がりのプラン: <u>Bプラン</u></p> <p>月間基本料金と無料通話時間をもとに、その理由を説明しなさい。 <u>基本料金が安い方がよい。花子さんは1ヶ月2時間未満しか通話しないから、無料通話が120分のBプランの方がよい。</u></p>					料金プラン	月間基本料金	分あたり通話料金		1か月の無料通話時間	昼間 (午前8時～午後6時)	夜間 (午後6時～午前8時)	Aプラン	20ゼット	3ゼット	1ゼット	180分	Bプラン	15ゼット	2ゼット	2ゼット	120分	日本	49 (2.2) ▲
							料金プラン	月間基本料金		分あたり通話料金		1か月の無料通話時間											
昼間 (午前8時～午後6時)	夜間 (午後6時～午前8時)																						
Aプラン	20ゼット	3ゼット	1ゼット	180分																			
Bプラン	15ゼット	2ゼット	2ゼット	120分																			
オーストラリア	44 (2.2) ▲																						
エストニア	44 (2.1) ▲																						
韓国	40 (1.7) ▲																						
シンガポール	40 (1.7) ▲																						
ハンガリー	39 (2.2) ▲																						
ベルギー(フラン語圏)	38 (1.9) ▲																						
リトアニア	37 (1.7) ▲																						
アメリカ	37 (1.7) ▲																						
スコットランド	36 (2.7) ▲																						
イスラエル	33 (2.1) ▲																						
ニュージーランド	30 (2.4) ▲																						
オランダ	28 (2.5) ▲																						
香港	28 (2.0) ▲																						
スロベニア	27 (2.2) ▲																						
スウェーデン	27 (1.9) ▲																						
マレーシア	27 (1.7) ▲																						
台湾	27 (1.8) ▲																						
スロバキア	26 (2.0) ▲																						
イタリア	23 (1.8) ●																						
ラトビア	22 (1.8) ●																						
国際平均値	21 (0.5)																						
ヨルダン	20 (1.8) ●																						
バーレーン	18 (1.4) ▼																						
ノルウェー	18 (1.4) ▼																						
ルーマニア	16 (1.8) ▼																						
ロシア	15 (2.0) ▼																						
エジプト	14 (1.2) ▼																						
キプロス	13 (1.4) ▼																						
インドネシア	12 (1.4) ▼																						
セルビア	12 (1.3) ▼																						
チリ	12 (1.1) ▼																						
ブルガリア	12 (1.7) ▼																						
レバノン	11 (1.4) ▼																						
フィリピン	11 (1.2) ▼																						
マケドニア	10 (1.5) ▼																						
サウジアラビア	8 (1.8) ▼																						
モロッコ	7 (1.2) ▼																						
南アフリカ	6 (1.2) ▼																						
パレスチナ	5 (0.7) ▼																						
イラン	4 (0.7) ▼																						
チェンジア	4 (0.6) ▼																						
ガーナ	3 (1.0) ▼																						
ボツワナ	2 (0.8) ▼																						
アルメニア	2 (0.6) ▼																						
モルドバ	1 (0.5) ▼																						
イギリス	45 (2.5) ▲																						

(2) 解答類型（数学問題例2 中学校2年）

① 解答類型及び反応率

コード	解答	日本	国際平均値
	正答（2点）		
20	Bプランと答えていて、無料通話時間の説明があり、月間基本料金が安いことが書いてある。	49.2	21.4
	部分正答（1点）		
10	Bプランと答えていて、月間基本料金が安いことが書いてあるが、無料通話時間の説明が書いてない。	3.7	6.0
	誤答（0点）		
70	Bプランと答えているが、不適切な説明（例えば、無料通話時間だけ）が書いてある、または説明が書いてない。	32.2	32.4
71	Aプランと答えているもの（説明は書いてあってもなくてもよい）。	10.5	13.7
79	その他の誤答（線や消しゴムで消したもの、無関係な記述、判読不能、途中で止めたものを含む）。	1.9	13.3
	無答（0点）		
99	無記入	2.5	13.2

(3) 問題についての考察

この問題の内容は学習指導要領には明示されていない。多くの情報を判断することが要求される。インターネットや携帯電話等の料金体系などが生活場面にも多く表れ、生徒たちは目にすることが多い内容と思われる。

これからは、このような状況から自分の行動を判断することが多くなるので、このような指導（情報を解釈する力）を義務教育段階ですることが大切である。

5 数学問題例5について

(1) 公表された問題（数学問題例5 中学校2年）

問題の説明

小数第2位のひき算の文章題を解く

数学問題例5 ー中学校2年ー

内容領域：「数」	国/地域	正答率
問題の説明：小数第2位までの小数のひき算の文章題を解く		
<p>明子さんはあるレースを、49.86秒で走りました。良子さんは同じレースを、52.30秒で走りました。明子さんと良子さんの記録の差は、次のどれですか。</p> <p>① 2.44秒 ② 2.54秒 ③ 3.56秒 ④ 3.76秒</p> <p>正答：①</p>	シンガポール	88 (1.0) ▲
	韓国	87 (1.1) ▲
	マレーシア	81 (1.4) ▲
	オランダ	81 (2.0) ▲
	ハンガリー	80 (1.9) ▲
	台湾	80 (1.6) ▲
	日本	78 (1.6) ▲
	ロシア	76 (1.8) ▲
	香港	75 (1.6) ▲
	スロバキア	74 (2.1) ▲
	アメリカ	74 (1.7) ▲
	スロベニア	73 (2.3) ▲
	エストニア	72 (1.8) ▲
	ベルギー(フラン語圏)	71 (1.8) ▲
	スコットランド	71 (2.0) ▲
	モルドバ	69 (2.3) ▲
	セルビア	68 (2.1) ▲
	ラトビア	67 (2.4) ▲
	ブルガリア	66 (2.5) ●
	リトアニア	65 (2.3) ●
	ルーマニア	64 (2.4) ●
	チュニジア	63 (2.0) ●
	オーストラリア	63 (2.4) ●
	スウェーデン	63 (2.0) ●
	イタリア	62 (2.1) ●
	ボツワナ	61 (1.7) ●
	国際平均値	61 (0.3)
	レバノン	61 (2.3) ●
アルメニア	60 (2.2) ●	
マケドニア	59 (2.1) ●	
キプロス	59 (1.8) ●	
エジプト	58 (1.7) ●	
イスラエル	58 (1.9) ●	
インドネシア	55 (2.0) ▼	
ニュージーランド	53 (2.4) ▼	
ヨルダン	46 (2.2) ▼	
ノルウェー	46 (2.5) ▼	
フィリピン	45 (2.2) ▼	
モロッコ	45 (2.6) ▼	
バーレーン	45 (2.0) ▼	
イラン	44 (1.9) ▼	
チリ	42 (1.8) ▼	
パレスチナ	37 (1.7) ▼	
ガーナ	32 (2.0) ▼	
南アフリカ	29 (1.8) ▼	
サウジアラビア	19 (2.3) ▼	
イギリス	54 (2.5) ▼	

(2) 解答類型

① 解答類型及び反応率

問題例 5	選択肢への反応率				
	①	②	③	④	無答・他
日 本	78.0	9.6	10.5	1.3	0.6
国際平均値	61.3	11.2	20.0	4.2	3.2

② 過去との比較

	選択①	選択②	選択③	選択④	無答・他
TIMSS2003	78%	10%	11%	1%	1%
TIMSS1999	81%	8%	10%	1%	1%

(3) 問題についての考察

単純なひき算の問題ではなく、繰り下がりと関係する。60を繰り下げるのか、100を繰り下げるのかで悩んだ生徒がいたものと思われる。

時間についての指導は、時間、分、秒は60進法であることは学習するが、秒以下の単位について学習していない。生徒は、テレビのスポーツ番組などで経験的に身に付けているものと思われる。

6 数学問題例6について

(1) 公表された問題（数学問題例6 中学校2年）

問題の説明

等式を変形して n を求める

内容領域 「代数」	国/地域	正答率
問題の説明 等式を変形して n を求める		
$\frac{12}{n} = \frac{36}{21}$ のとき、 n の値は、次のどれですか。 ① 3 ② 7 ③ 36 ④ 63 正答：②	シンガポール	93 (0.7) ▲
	韓国	89 (0.9) ▲
	香港	88 (1.2) ▲
	ベルギー(フラマン語圏)	86 (1.4) ▲
	オランダ	85 (1.8) ▲
	マレーシア	83 (1.5) ▲
	台湾	83 (1.5) ▲
	アメリカ	80 (1.1) ▲
	日本	79 (1.3) ▲
	ハンガリー	79 (1.7) ▲
	スコットランド	79 (1.9) ▲
	オーストラリア	76 (1.9) ▲
	スロバキア	74 (2.0) ▲
	スロベニア	72 (2.3) ▲
	イスラエル	72 (2.0) ▲
	レバノン	71 (2.6) ▲
	ロシア	71 (1.9) ▲
	エストニア	71 (2.2) ▲
	ラトビア	70 (2.1) ▲
	ニュージーランド	68 (2.3) ●
	スウェーデン	66 (2.1) ●
	イラン	66 (1.7) ●
	イタリア	65 (2.1) ●
	キプロス	65 (1.8) ●
	国際平均値	65 (0.9)
	チュニジア	64 (1.7) ●
	リトアニア	64 (2.1) ●
	セルビア	63 (2.1) ●
	モルドバ	61 (2.5) ●
	ルーマニア	61 (2.2) ▼
ブルガリア	59 (2.0) ▼	
ノルウェー	59 (2.1) ▼	
インドネシア	58 (1.9) ▼	
エジプト	58 (2.2) ▼	
アルメニア	54 (2.6) ▼	
モロッコ	54 (3.0) ▼	
ヨルダン	53 (1.9) ▼	
パレスチナ	52 (1.6) ▼	
フィリピン	52 (2.1) ▼	
マケドニア	50 (2.3) ▼	
バーレーン	44 (2.2) ▼	
チリ	44 (2.0) ▼	
ボツワナ	41 (1.7) ▼	
サウジアラビア	30 (2.2) ▼	
ガーナ	28 (1.6) ▼	
南アフリカ	26 (1.5) ▼	
イギリス	74 (2.6) ▲	

(2) 解答類型

① 解答類型及び反応率

問題例 6	選択肢への反応率				
	①	②	③	④	無答・他
日本	4.6	79.2	5.2	10.0	0.9
国際平均値	10.3	64.8	11.8	8.0	5.1

② 過去との比較

	選択①	選択②	選択③	選択④	無答・他
TIMSS2003	5%	79%	5%	10%	1%
TIMSS1999	6%	83%	5%	6%	0%

(3) 問題についての考察

問題の説明は、等式を変形して n を求めるとなっているが、この問題は、同じ値の分数があることを理解しているか、あるいは、比の考え方が定着しているかをみる問題であると思われる。両辺に n をかけて、方程式を作り解く生徒はあまりいないことも考えられる。

平成13年度実施状況調査の5年B6で同じ大きさの分数を求める問題を出題している。その結果は59.1である。どの部分を比較することが必要かについての指導をすることも大切であろう。

7 数学問題例 7 について

(1) 公表された問題（数学問題例 7 中学校 2 年）

問題の説明

与えられた整数に最も近い小数を選ぶ

内容領域：「数」	国／地域	正答率
問題の説明：与えられた整数に最も近い小数を選ぶ		
<p>10に最も近い数は、次のどれですか。</p> <p>① 0.10</p> <p>② 9.99</p> <p>③ 10.10</p> <p>④ 10.90</p> <p>正答：②</p>	オランダ	97 (1.0) ▲
	スウェーデン	96 (1.1) ▲
	エストニア	96 (1.2) ▲
	シンガポール	95 (1.1) ▲
	リトアニア	95 (1.0) ▲
	ベルギー(フラン語圏)	94 (1.4) ▲
	韓国	94 (1.2) ▲
	マレーシア	93 (1.4) ▲
	日本	92 (2.1) ▲
	セルビア	91 (1.6) ▲
	ノルウェー	91 (1.3) ▲
	ロシア	91 (1.2) ▲
	ラトビア	90 (1.9) ▲
	スロバキア	90 (2.0) ▲
	イタリア	90 (1.9) ▲
	香港	89 (1.6) ▲
	スコットランド	89 (2.0) ▲
	台湾	89 (1.5) ▲
	キプロス	88 (2.0) ▲
	ハンガリー	88 (2.0) ▲
	オーストラリア	88 (1.8) ▲
	アメリカ	87 (1.1) ▲
	スロベニア	87 (2.2) ▲
	ニュージーランド	86 (2.0) ▲
	ブルガリア	85 (2.7) ▲
	モルドバ	82 (2.5) ●
	イスラエル	81 (2.3) ●
	ルーマニア	79 (2.5) ●
	マケドニア	78 (2.7) ●
	国際平均値	77 (0.3)
チュニジア	76 (2.3) ●	
モロッコ	75 (3.1) ●	
インドネシア	74 (2.7) ●	
イラン	69 (2.4) ●	
チリ	67 (1.9) ▼	
レバノン	67 (2.7) ▼	
アルメニア	66 (2.6) ▼	
ヨルダン	55 (2.7) ▼	
パレスチナ	50 (2.7) ▼	
バーレーン	49 (3.2) ▼	
エジプト	48 (2.5) ▼	
フィリピン	42 (2.8) ▼	
ボツワナ	40 (2.6) ▼	
サウジアラビア	35 (2.6) ▼	
南アフリカ	30 (2.7) ▼	
ガーナ	24 (2.4) ▼	
イギリス	82 (2.5) ▲	

(2) 解答類型

① 解答類型及び反応率

問題例 7	選択肢への反応率				
	①	②	③	④	無答・他
日 本	1.5	92.4	2.5	0.5	3.2
国際平均値	11.3	76.9	7.0	1.4	3.5

(3) 問題についての考察

小学校4年生の学習に、「小数が整数と同じ仕組みで表されていることを知るとともに、数の相対的な大きさについての理解を深めること」がある。また、中学校1年生では、正の数・負の数の学習において、数の大小関係について学習する。正の数における大小関係の理解はできているものと思われる。負の数の大小関係についての理解は十分でないことが、平成13年度実施状況調査で指摘されている。

Ⅲ 学習指導の改善に向けて

今回のTIMSSの調査結果においても、教育課程実施状況調査で既に示されている課題とほぼ同じ傾向の課題が示されている。このため、教育課程実施状況調査の結果に基づく指導の改善をも踏まえつつ、授業改善を一層進めることが大切である。

(1) 基礎・基本の定着と数学的な概念の意味理解

中学数学の例題3（整数を分数で割る）は、文章題から適当な演算を決定する問題であり、我が国の正答率は62%であった。この問題については、計算技能の定着という側面と文章題から適切な演算を決定するという側面がある。基礎・基本の確実な定着という観点からは、計算力の向上ということがまずは求められるところである。その際、生徒の実態に応じた適切な教材を用いて反復練習の機会を十分設けるといった、計算の処理技能を高めるための指導の手立てを具体的に講じることが重要であることは言うまでもない。

同時に、計算の指導においては、どのような約束のもとに、また、どのような根拠に基づいて計算ができるのか、さらに、どのように計算すれば正しく計算できるのかなど、数や式、計算などの数学的な事柄の意味を十分理解することが求められる。こうした基本的な概念の意味理解が十分であれば、文章題を解くことなどを通じて、計算力を実際の生活に生かすことにもつながる。

「計算の処理をすること」、「問題の求めているものを読みとること」、「解決に向けての道筋を表すこと」をバランスよく指導することによって、基礎・基本の定着を図り、数学的な概念の意味の理解を深めることが必要である。

(2) 数学的に解釈し表現する指導の重視

中学校数学の例題1（最初の数個の図から三角形の数について一般化を行い、50番目の図にある三角形の数の求め方を説明する）では正答率が低いのに対して、例題4（合同な三角形の性質を用いて角の大きさを求める）では正答率が高かった。これは、例題4が学習したことをそのまま適用できるのに対して、例題1は、学習したことを問題の状況にあわせて活用する力が求められていること、また、それを自分の言葉で説明する必要があることが影響しているものと思われる。

数学の学習に当たっては、単に結果を出すだけでなく、「何を根拠にどのような手順でその結果を導いたか」、「その過程で既習の知識をどのように活用・再構成して問題解決に生かしたか」など、自分なりの考えをもち、それらを筋道を立てて説明したり、結果を導く過程を振り返って考えたりする活動を充実することが求められる。また、生徒の多様な考えを促し、これまで以上に事象をしっかりと、しかも深くみるという直観力等の育成を重視した授業を展開し、生徒が数理的にものを見る眼を育てていけるようにする必要がある。

(3) 数学についての有用性を実感する機会を持たせる指導の重視

TIMSSの質問紙調査の結果を見ると、「数学の勉強は楽しいか」という質問や「数学への積極性」を問う質問において、一部に改善の傾向が見られるものの、国際平均を大きく下回る状況が見られる。

数学的な事柄に関する知識だけではなく、数学的知識の有用性や学習の意義が分かるような指導をすること、学習内容をどのようにして解決するかという方法の理解だけでなく、学習内容についての意味の理解、学んでいることのよさの理解などを重視した指導をする必要がある。このためには、生徒が、個々の問題について表面的な学習をするにとどまらず、表にはでてこない仕掛けを考え見いだす力を育成することが大切である。そのために、教師は、教材研究を深め、教材の持つ構造を明確にする努力が望まれるところである。生徒が気づかないところを気づくようにし、生徒のものの見方の幅を広げることで、生徒自身に数学の楽しさを実感させ、「もっと学びたい」との気持ちを持たせることが大切であると考えられる。