

大規模・複雑動的ネットワークに関する FIRST合原最先端数理モデルプロジェクトの 研究成果

1) 交通流の数理モデルを事例に、異分野連携における
数学の役割・重要性に関する私見をご紹介します

2) 大規模・複雑動的ネットワークを事例にした
諸科学・工学・産業と現代数学の融合に関する課題設定
に関する見解をご紹介します

新日鐵住金株式会社
技術開発本部 先端技術研究所
中川 淳一



交通流の数理モデル(2種類の主要な既存モデル)

PDEモデル(車両密度 ρ に関する保存則)

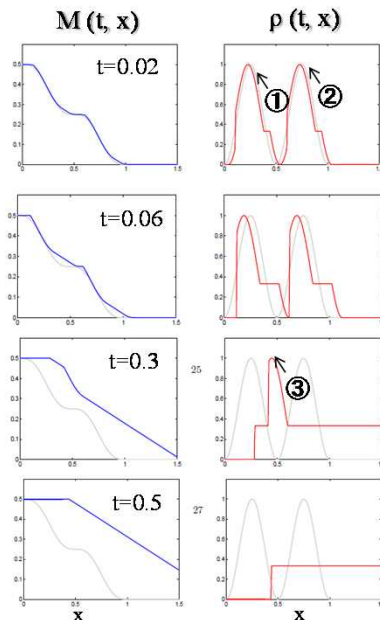
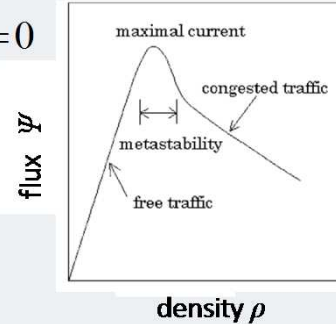
**LWR
モデル
(1956)**

$$\frac{\partial \rho(t, x)}{\partial t} + \frac{\partial \psi(\rho)}{\partial x} = 0$$

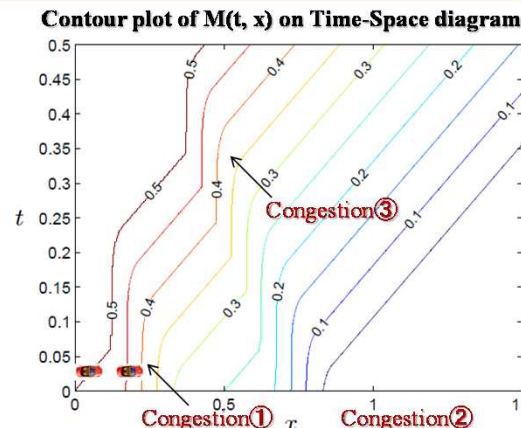
ラベル関数の導入

$$M(t, x) := \int_x^\infty \rho(t, x) dx$$

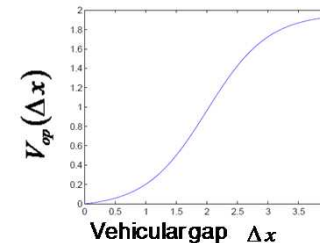
$$\frac{\partial M(t, x)}{\partial t} - \psi \left(-\frac{\partial M(t, x)}{\partial x} \right) = 0 \quad \text{H-J方程式}$$



- 渋滞条件の数学表現
- 1) 空間x軸の等高線が密
→ high density ρ $\frac{\partial}{\partial x} M(t, x) = -\rho(t, x)$
 - 2) 等高線が時間軸に平行
→ zero flux $\frac{\partial}{\partial t} M(t, x) = \psi(\rho(t, x))$



時空間グラフのラベルのコンターが個々の車の流線に対応

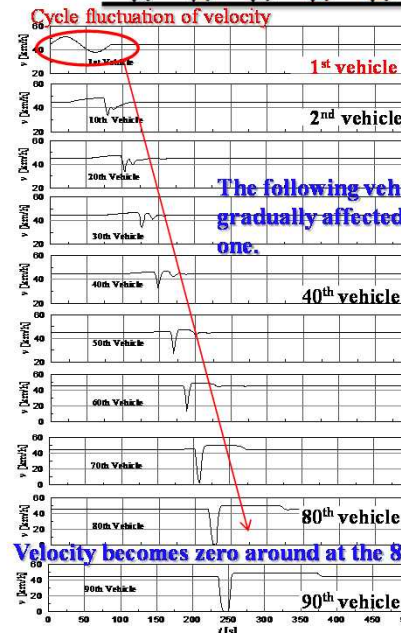


平衡速度(Given)

$$V_{op} = V_{max} / 2 \left(\tanh(\Delta x - x_0) + \tanh(x_0) \right)$$

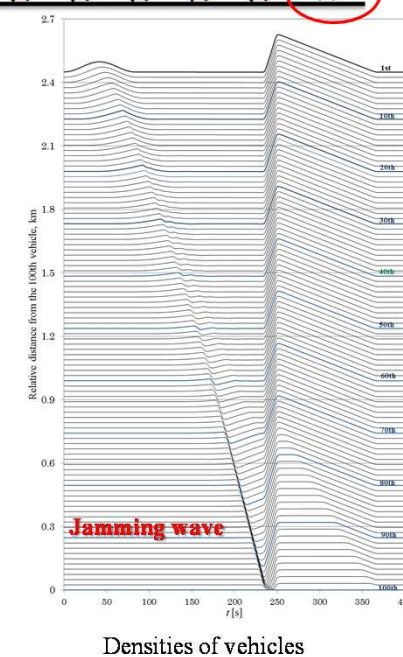
車間 Δx

速度 v



The following vehicles are gradually affected by the 1st one.

Velocity becomes zero around at the 80th vehicle.



離散モデル (Optimal velocity modelの一般化)

$$\frac{d}{dt} x(M) = v(M)$$

Bando et al (1995)

$$\frac{d}{dt} v(M) = \frac{1}{\tau} \left(V_{op} \left(\frac{\Delta x}{x(M-1) - x(M)} \right) - v(M) \right)$$



交通流の数理モデルの体系化(連続と離散の関係)

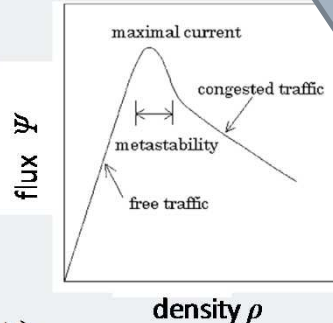
PDEデル(Conservation law)

**LWR
モデル
(1956)** $\frac{\partial \rho(t, x)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \psi(\rho) = 0$
車両密度 ρ の保存則

ラベル関数の導入

$$M(t, x) := \int_x \rho(t, x) dx$$

$$\frac{\partial M(t, x)}{\partial t} - \psi \left(-\frac{\partial M(t, x)}{\partial x} \right) = 0 \quad \text{H-J 方程式}$$



H-J方程式の解の公式(Hopf-Lax解)の離散化

$$M(t, x) = \inf_{y \in \mathbb{R}} \left\{ t(-\psi)^* \left(\frac{-x+y}{t} \right) + M(0, y) \right\}$$

代数演算公式(Demad-Supply 解, トロピカル幾何)

$M_j^{n+1} = M_j^n$ **大規模道路ネットワークの計算が可能!**

$$+ \Delta t \min \left(\Psi_D \left(-\frac{M_j^n - M_{j-1}^n}{\Delta x} \right), \Psi_S \left(-\frac{M_{j+1}^n - M_j^n}{\Delta x} \right) \right)$$

PDEシステムモデル

Aw & Rascle (2000)

車両密度 ρ の保存則
& 運動量 ρv の方程式

$$\frac{\partial \rho(t, x)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho(t, x) v) = 0$$

$$\frac{\partial \rho(t, x) v}{\partial t} + \frac{\partial \rho(t, x) v^2}{\partial x} = \rho(t, x) \left(\overset{\text{平衡速度}}{V_{op}(\rho)} - v \right) \tau$$

緩和時間(車の応答時間)

Lagrangian 座標 (M, T) と
Eulerian 座標 (t, x) 間の変換

$$\frac{\partial M}{\partial x} = -\rho, \quad \frac{\partial M}{\partial t} = \rho v, \quad T = t$$

離散モデル(Optimal velocity modelの一般化)

$$\frac{d}{dt} x(M) = v(M) \quad \text{Bando et al (1995)}$$

$$\frac{d}{dt} v(M) = \frac{1}{\tau} \left(V_{op} \left(\frac{\Delta x}{x(M-1) - x(M)} \right) - v(M) \right)$$

超離散
極限

数学の重要性

現象(データ、モデル等)
の背後にある問題の上位
概念になる数理構造を、
一貫性のある論理で構築

τ に関するべき級数の1次近似

第1原理(前提条件)

$$\frac{d}{dt} x(t + \tau) = V_{op}(\Delta x)$$

時系列画像データ

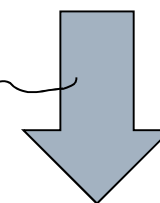
- 観測対象区間
 - 東名・下り・大和BS付近
 - ITV設置・ビデオ映像収録
 - 1.2km区間に11台
 - 上流1km地点付近に2台
 - 13台の映像はGPS同期で時刻情報と共に記録

→ 進行方向



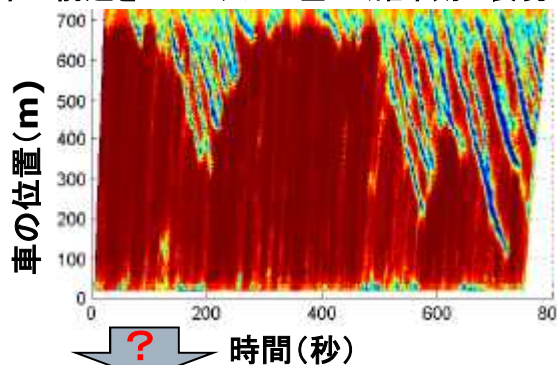
画像から各レーンを走る車の速度、車間距離(車両密度)を同定

種々のデータ融合による
交通流現象の可視化技術
の進化(断面計測+プローブ)



SOVモデルによる予測

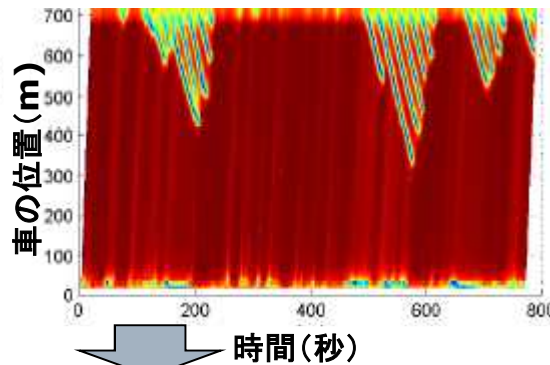
車の前進をOVモデルに基づく確率則で表現



既存の理論体系を包含する
普遍的な数学の枠組みの構築

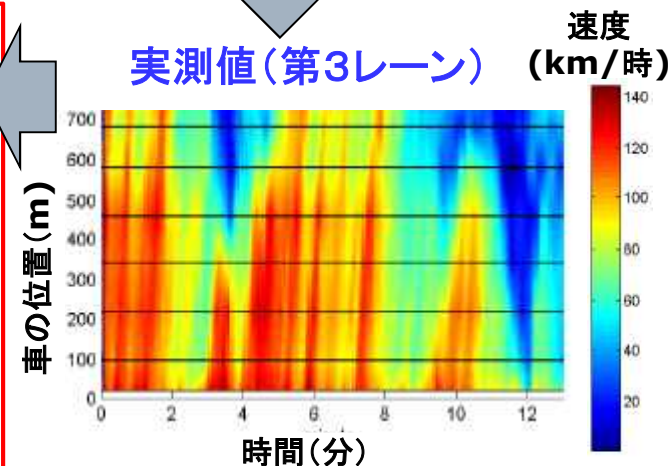
多岐に亘る専門領域の数学者と定期的に
会合しオープンバージョンプラットフォームを運営

OVモデルによる予測



OVモデル、偏微分方程式及び、
その解の代数表現公式に関する
数学の枠組みが存在する！
大規模道路網の計算も可能

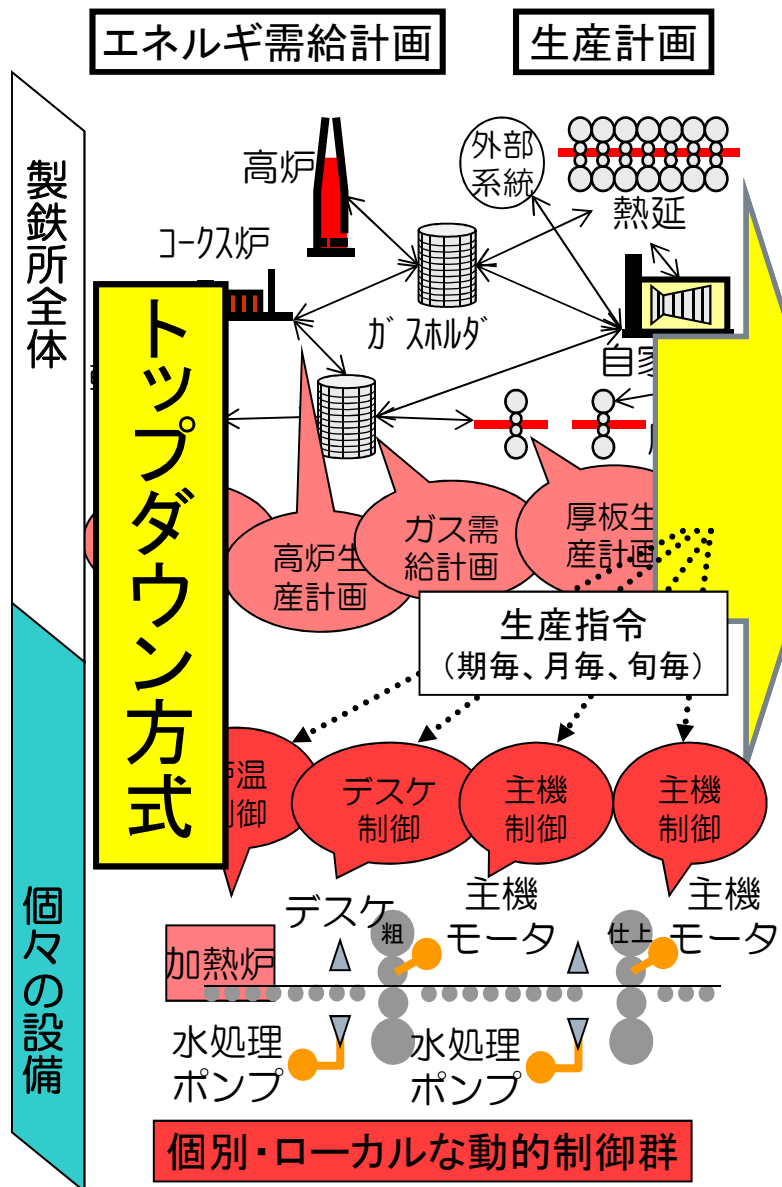
実測値(第3レーン)



交通工学者の認識(数学への期待)
新しいタイプの計測データの出現に
より半世紀以上の歴史を有する既存
の理論体系見直しの必要性あり

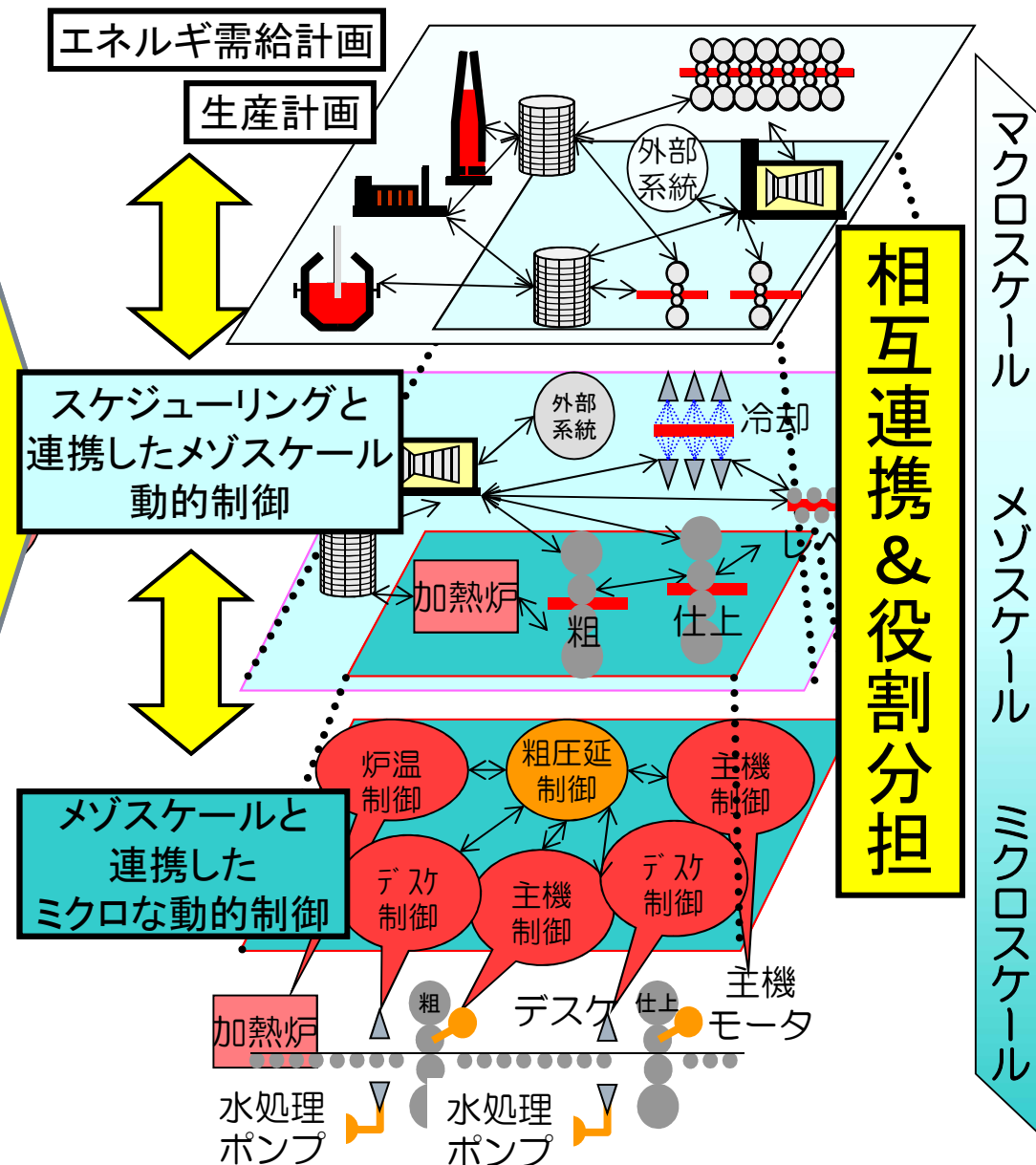
従来の制御方式

上位のスケジュールと個々の設備に対する動的制御



階層型制御方式

上位のスケジュールと中位・下位の動的制御が相互連携



熱延・COGホルダ・自家発電の事例

FIRST合原最先端数理モデルPJでの階層型・分散最適制御技術 (東大情報理工・津村准教授)

考慮する条件

- ・日々の生産量を確保
- ・COGホルダ満杯時にはガス放散
- ・電力料金は昼間・夜間異なる

発電量 (操作量)

- 1) 制約付最適化問題を主双対アルゴリズムで解く。最適解への漸近収束を得る制御系設計が可能
- 2) 分散最適制御のために、設備毎の入出力の解の集合 K_i と設備間の接続構造を表す行列 G を疎にするような制御系の設計が可能
- 3) 階層型制御のために、時間のマルチスケール化である特異摂動近似法を適用。系を遅いモードと早いモードに分解し、両者を理論的に繋げることが可能

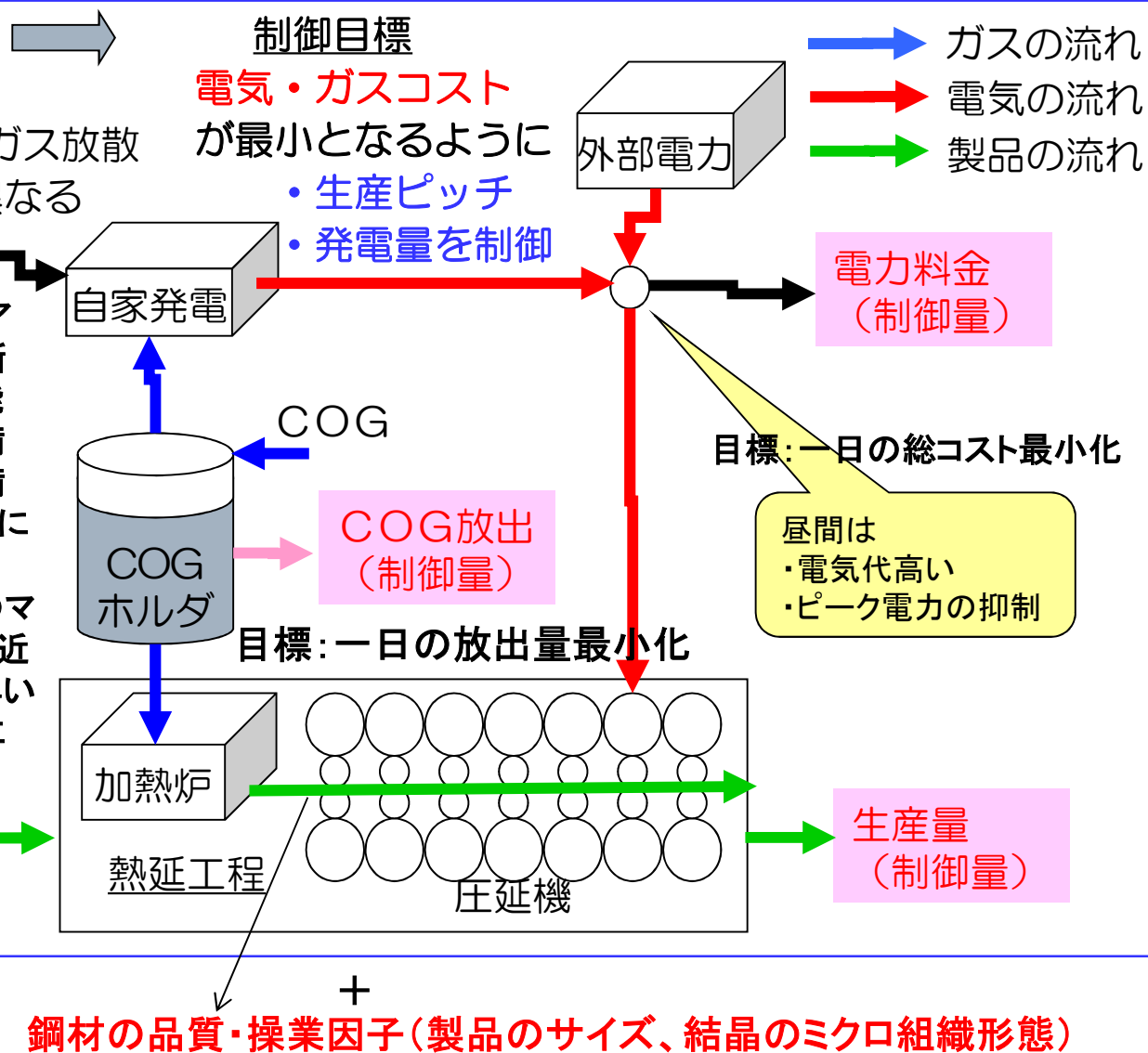
生産ピッチ (操作量)

- ・昼間は、カロリーを発電に回して生産を下げる。
- ・夜間は、投入カロリーを多くして生産を上げ量を出す。

制御目標

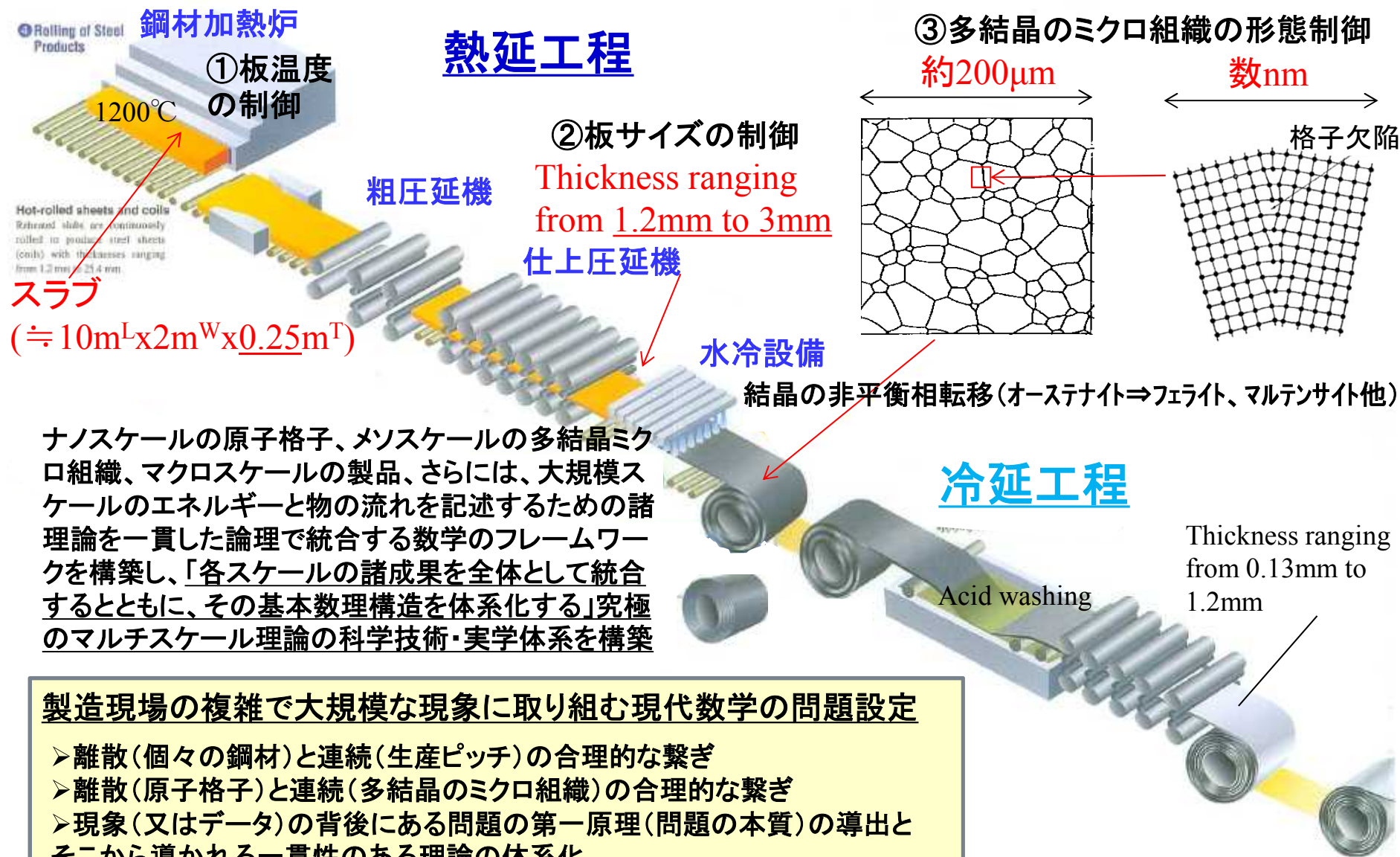
電気・ガスコスト
が最小となるように

- ・生産ピッチ
- ・発電量を制御



製鉄所の製造プロセス内で起きている様々な現象のダイナミクスに着目し、上記の制御理論研究成果を進化させ最先端の現代数学との融合を図る。

熱延工程の品質・操業制御に関わる現象のダイナミクス



ナノスケールの原子格子、メソスケールの多結晶マイクロ組織、マクロスケールの製品、さらには、大規模スケールのエネルギーと物の流れを記述するための諸理論を一貫した論理で統合する数学のフレームワークを構築し、「各スケールの諸成果を全体として統合するとともに、その基本数理構造を体系化する」究極のマルチスケール理論の科学技術・実学体系を構築

製造現場の複雑で大規模な現象に取り組む現代数学の問題設定

- 離散(個々の鋼材)と連続(生産ピッチ)の合理的な繋ぎ
- 離散(原子格子)と連続(多結晶のマイクロ組織)の合理的な繋ぎ
- 現象(又はデータ)の背後にある問題の第一原理(問題の本質)の導出とそこから導かれる一貫性のある理論の体系化
- 現実世界と双対をなす数学世界を構築し、現実と抽象の双方の視点から複雑なエコシステムである製鐵所全体の最適制御による無駄の徹底排除 等

工学・産業の重要な未解決問題とされている 諸課題解決の糸口を一気に切り拓く！

8

- 大規模複雑・動的ネットワークの最適化、制御、予測技術の確立
- 材料の結晶構造やミクロ組織に代表される「図形に起因する材料の諸特性発現の原理原則」の数理知化
- 「非平衡で不均質な系」を記述する数学理論と最適制御手法の開発
- 「ビッグデータの背後に存在する問題の第1原理(本質)」の抽出技術の開発
- 日本人の繊細な感覚(暗黙知)の数学・数理工学による数理知化

等