

「数学イノベーション戦略（仮称）」（案）

- 5 (※)本報告書でいう「数学」とは、いわゆる純粋数学のみならず、統計科学をはじめ、現に応用を目的に研究が推進されている数学・数理科学を含む。

I. 数学イノベーションが必要とされる背景

I-1 数学イノベーションの必要性

(1) これまでに数学が果たしてきた役割

- 10 ○古代の天体観測に基づく正確な暦や三角法に基づく測量がもたらした農業生産の効率化から近代の蒸気機関の原理の理解による産業革命、更に現代の計算機の発明による現代の情報社会まで、数学はそれらを支える基盤（数学モデル等）を与え続けてきた。最も大きく発展した数学モデルの一つが、ラプラス以来の予測のための様々な微分方程式である。また、「人間による計算行為」をアルゴリズム化することで生まれたのが計算機（コンピュータ）である。
- 15 ○このように数学による基盤の付与は社会構造そのものに大きなインパクトを与えてきた。
- また、数学が関わって現象やものをモデル化する作業や、工学等におけるいわゆる設計作業の流れ（実験・計測、設計→現象やもののモデル化→シミュレーション→評価→モデルや設計への反映；参考1の図1、2参照）は、近代において構築され、基本的に現在も同じような作業が行われており、数学はこの流れの基盤としての役割を十分に果たしてきた。特に近年では、実験の効率化や複雑化に伴いシミュレーションの重要性が格段に増し、そのため
- 20 のソフトウェアとその基本となるアルゴリズム・アーキテクチャに対して、
- 25 数学は数学モデルという基盤を与えてきた。

(2) 社会の情報化・複雑化の進展に伴う数学の重要性の高まり

- 近年、社会の情報化・複雑化や、計算技術の進歩、計算機性能の飛躍的向上などに伴い、
- 30 ・多くの研究分野や産業で、大量データや複雑なデータの意味を理解することが研究の進展に不可欠となっていること
- ・経済・金融、環境・エネルギー問題、災害予測・防災、サイバー空間でのセキュリティ等、諸科学・産業分野に固有の理論フレームワークに基づくモデル化だけでは捉えきれない複雑な現象や問題が増加していること
- 35 ・これまで簡単なモデルで満足しなればならなかった現象についても、より複雑なモデル化が可能となっていること
- ・コンピュータグラフィックスや情報セキュリティのための暗号など、数学が直接用いられる分野の重要性が増していること

・整数論・位相幾何学といった従来応用には縁が薄かった分野においても、
情報通信・医学・防災など幅広い分野への応用が始まっていること
等、諸科学や産業において数学を必要とする場が飛躍的に増加している。また、
5 諸科学分野や企業においても、数学者が持つ科学的・論理的思考能力が
重要であることが認識されつつある。

(3) 我が国における状況

- 10 ○一方、我が国における数理科学の本格的な研究は、医学や応用科学といった
応用に直接結び付いた分野よりかなり遅れ、1920年頃に始まり、伝統的に
整数論や代数幾何学といった純粋数学分野に強みを発揮してきたものの、
統計学を含む応用数学分野は比較的手薄であった。
- 15 ○しかし、平成18年に文部科学省科学技術政策研究所の報告書「忘れられた
科学—数学」(Policy Study No.12、平成18年5月)が我が国の数学研究を
取り巻く厳しい状況、数学と他分野の分野融合研究の必要性を指摘したこ
20 ことを受け、平成19年度には、科学技術振興機構(JST)の戦略的創造研究
推進事業の「数学と諸分野の協働によるブレークスルーの探索」領域が設
置され、さきがけ・CRESTにおいて数学者と諸科学研究者との協働によ
る研究が行われるようになった。また、異分野融合等を通じて我が国に世
25 界最高峰の研究拠点を構築することを目的に開始された世界トップレベル
研究拠点プログラム(WPI)では、現在二つの拠点において数学との融合に
よるブレークスルーを目指している。さらに、平成23年度には、数学的知
見を活用して解決が期待できる課題の発掘や協働に必要なノウハウの抽出
などを目指し、文部科学省と大学等の共催で数学と諸科学・産業との連携
30 研究ワークショップを22件開催している。
- そして、一部の企業では、ここ数年、数学的知見を活用して様々な企業活
25 動の効果や価値を高めることを目指した研究が行われるようになり、これ
までになかった発想による成果が出始めている。一部の大学や公的研究機関で
も数学と諸科学・産業との連携・協力を推進するための組織的取組への動
きが見られ、数学と諸科学・産業との連携・協力の芽は出つつある。
- 30 ○一方、諸科学分野の研究者を中心に、数学の力が必要であるとの意見が多
く見られるようになってきている(平成21年度文部科学省委託調査「数学・
数理科学と他分野の連携・協力の推進に関する調査・検討」の数学専攻以
35 外の国立大学教員5000人に対するアンケート調査において、回答者の約
70%が「もっと数学・数理科学の力を専門分野に導入すべき。そうしないと
将来、世界での日本の研究レベルは危ういものとなるだろう」と回答し
ている)。
- 40 ○このような動きに符合するように、第4期科学技術基本計画(平成23年8
月19日閣議決定)は、「数理科学」を、「科学技術の共通基盤」、「複数領域
に横断的に活用することが可能な科学技術」と位置付け、それに関する研
究開発を推進する旨を明記している。

(4) 諸外国における状況

○米国をはじめとする諸外国においては、近年、数学の振興を図り、諸科学・産業との連携を推進する政策が講じられている【詳細は参考2を参照】。

5 ○例えば、米国では、1990年代後半以降、数学研究を、STEM(Science, Technology, Engineering and Mathematics)と称して科学・技術・工学に並ぶものとして、その研究費を大幅に増強し、数学と他分野との学際研究に力を入れている。そして、数学の振興と諸科学・産業との連携の強化により様々な成果が既に出ている(検索ソフト、データ圧縮法、情報セキュリティのための暗号技術、
10 コンピュータグラフィックス技術など)。

○また、最近では、中国、韓国をはじめとするアジア諸国でも数学の教育・研究への重点的な投資が行われている。中国では、2010年に、数学を中心に分野横断的な役割を果たす数学研究所(国家数学・学際科学センター; National Center of Mathematics and Interdisciplinary Sciences(NCMIS))が発足し
15 ている。

○一方、日本では、上記の(3)でも述べたように、数学と諸科学・産業との連携・協力の芽は出つつあるものの、いまだ十分ではない。現に、我が国の研究活動や経済活動で用いられているソフトウェアの多くは外国製のものであり、その中で使われている数学への関心や理解も十分ではなく、国際競争
20 上大きな問題となっている。また、数学との連携による研究成果は多様な分野へ影響を及ぼしながらも、外部から知ることが困難となる場合も多くあるため、このままでは、研究活動や産業活動において諸外国の優位性がますます強まり、挽回は困難になるおそれがある。

(5) 数学イノベーションの必要性

○このような状況の中、数学への期待に応え社会に貢献するためには、諸科学の共通言語である数学の持つ力(具体的実体を抽象化してその本質を抽出し、
一般化・普遍化する力)を十分に活用して、様々な科学的発見や技術的発明を
30 発展させ、新たな社会的価値や経済的価値を生み出す革新(数学イノベーション)を生み出していくことが不可欠である。

○このためには、数学研究者と諸科学・産業の研究者とが互いの壁を乗り越えて継続的に協働して研究を行い、その成果が数学イノベーションをもたらし、
社会や数学界へ還元され、更に協働が促進されるような環境を整備する必要がある。

35 ○なお、数学イノベーションを支える基盤として、純粋数学研究等の基礎的研究は、真にイノベティブな成果を生み出す上で不可欠である。また、諸科学・産業における研究者の数学的能力も重要な基盤であり、必要な人材の育成など数学的能力の全体的な底上げも不可欠である。

I-2 数学イノベーションの効果

(1) 数学イノベーションにより期待される効果

①諸課題の根源的な解決

○数学イノベーションにより、グリーンイノベーション、ライフイノベーション、安全の確保、産業競争力の強化等広範な社会的な課題について、個別の課題解決型研究では難しい根源的な解決が可能となり、社会に強烈なインパクトを与えることが期待できる。

②数学への刺激、発展

○また、これらの活動を通じて見いだされた新しい問題等を通して数学が刺激を受け、数学自体の発展につながることも期待できる。数学自体の発展のためにも、多様な科学技術研究現場、現実の問題から議論を始め、数学の基礎研究へ議論をフィードバックすることが有用である。

③研究成果の水平展開

○科学の共通の言語である数学の研究成果は、実際の現象等を抽象化するのがゆえに汎用性が高い。このため、具体的課題に関する抽象的な数学的構造に着目して得られた解決策は、普遍性・汎用性を帯び、全く別の具体的課題の解決に貢献すること（成果の水平展開）が可能となり、波及効果は計り知れないほど大きい。これが数学イノベーションの一大特長であり、抽象と具象を自由に行き来できる（具体的実体を抽象化し、また具体的実体に適用できる、）という数学の強みでもある。【具体例は参考3参照】

○現に、数学研究の成果が、アイデアの発見・定式化以来数十年、場合によっては一世紀以上経過してから思わぬ応用につながり、現代社会を根本から支えている例も多い【具体例は参考3を参照】。このことから、数学のどのような理論研究の成果が、どこでどのような事実や現象と結び付いて、どう使われるかは、予見困難であることが分かる。

(2) 数学イノベーションにより解決が期待される課題【←今後整理が必要】

○(1)の①で述べたとおり、数学イノベーションにより様々な社会的課題の根源的な解決が期待されるが、その具体的な課題例を、平成23年度に文部科学省と大学等の共催で開催した、数学と諸科学・産業との連携研究ワークショップの結果や科学技術・学術審議会の分野別委員会での推進方策等を踏まえて整理した【参考4の整理表を参照】。

<ニーズ側から>

- ◆データマイニング、データ処理（産業、医療、防災）
- ◆最適化（交通、設計、経済、防災）
- ◆予測、シミュレーション（ライフ、材料、防災、環境、経済）
- ◆リスク解析（健康、防災、経済）
- ◆マルチスケール問題（ライフ、材料、気象）
- ◆人間の行動のモデル化
- ◆可視化、画像処理
- ◆暗号（通信）

<シーズ側から>

- ◆有限要素法
- ◆ゆらぎ理論
- ◆逆問題
- 5 ◆確率解析
- ◆離散幾何学、離散微分幾何学
- ◆トポロジー
- ◆圧縮センシング
- ◆最適制御
- 10 ◆ 種々の内挿・外挿手法(spline, NURBS, wavelet, RBF など)
- ◆ 学習理論

I-3 留意すべき点

15 **(1) 数学側からの主体的な提案型活動の重要性**

- 現に諸科学や産業が直面するニーズ（数学による解決が期待できる諸課題）に受け身で対応するだけでなく、数学側のシーズから新たなニーズを主体的に提案することが、持続的なイノベーションのためには不可欠である。
- また、他分野の各プロジェクト等に各々適切な数学研究者を割り振って参加させるだけでは、参加した数学研究者の専門分野以外の分野が役立つことが後から分かって十分な対応が困難であるのみならず、(1) ③で述べた研究成果の水平展開という数学の持つ強みを発揮することも困難であり、
- 20 数学研究者が専門分野間の壁を越えて情報共有や連携を図り、他分野の課題解決に応えられる数学的知見や手法を見だし、幅広い数学研究のポテンシャルを生かすことのできる仕組みが必要である。
- 25

(2) データ駆動型研究の重要性

- 演繹的と言われる純粋数学研究の場合でも、多数の例の計算やその結果の比較、少なくない試行錯誤を通して行われるのが普通である。
- 30 ○情報化の進展や計測技術の進歩、計算機性能の向上などにより大量で複雑なデータの活用が不可欠となっている現在、統計学などのように、確率的考え方に基づいたデータ駆動型の帰納的手法による数学研究が、数学の社会への広がりや深化のためには重要である。

Ⅱ. 数学イノベーション推進に当たっての問題点

Ⅱ-1 数学研究の特質に根ざした基本的事項

- 5 ○数学は現象の本質を抽出し、簡明なアイデアを提供できる、諸科学共通の言語である。これは諸科学や産業が扱うような具体的実体からの乖離（抽象化）により可能となる。
- この抽象化によって獲得できた普遍性が、諸科学や産業における課題の根源的解決や成果の爆発的な水平展開（特定の科学分野・産業における課題解決に貢献した数学的知見が様々な分野・産業へも活用されること）を可能としている（Ⅰ-2（1）③参照）。
- 10 ○一方、具体的現実からの乖離（抽象化）のため、数学の貢献は外から見えずらく、諸科学・産業において、数学的知見の活用による解決が期待できる課題は必ずしも十分に認識されておらず、数学への潜在的ニーズは大きいものの、なかなか顕在化しないのが現状である。しかしながら、数学の貢献が外から見えにくいのは、数学が現象の本質を抽出しその成果を水平展開できる
- 15 ことの裏返しであり、むしろ数学の持つ強みであると言える。このため、顕在化しにくい数学へのニーズを積極的に発掘し、そのニーズに応えられる数学的知見や手法を見いだして研究を進め、成果の水平展開を可能とするような仕組みが必要である。
- このほかに数学へのニーズが顕在化しにくい原因として、我が国では産業界
- 20 において元々数学者が少ない上、産業界だけでなく大学でもコンピュータの計算能力のみに依存する姿勢が強まり、数学や数学者の必要性が十分には認識されなくなってきたことが挙げられる。コンピュータの性能向上と、問題を適切に数学モデル化して計算量の適正化や計算精度の向上などにつなげていく能力とがあいまって初めて、より真実に近い現象把握と記述が可能となる
- 25 のであり、数学の重要性を十分認識する必要がある。

Ⅱ-2 数学イノベーション推進に当たって改善が必要な具体的事項

(1) 数学者と諸科学・産業の研究者との出会いから研究へとつなげる仕組み

30

(2) 数学者と諸科学・産業の研究者との協働による研究からイノベーションにつなげる仕組み

(3) 数学イノベーションに必要な人材

35

①数学と諸科学・産業との協働による研究に関わる人材の不足

ア) 数学側での人材の不足

イ) 諸科学・産業側での人材の不足

40

②数学界における、諸科学・産業との協働による成果への評価の問題

③数学と諸科学・産業との間をつなぐ人材の不足

(4) その他

○知的財産権に関わる問題

5

○その他

Ⅲ. 数学イノベーションの推進方策

(1) 数学研究者と諸科学・産業の研究者の出会いから研究へつなげるための方策

①背景

- 5 ○平成18年に文部科学省科学技術政策研究所によってまとめられた「忘れられた科学—数学」(Policy Study No.12、平成18年5月)以来、
- ・科学技術振興機構(JST)の戦略的創造研究推進事業の「数学と諸分野の協働によるブレークスルーの探索」領域の設置(平成19年度さきがけ、20年度CREST開始)
 - 10 ・文部科学省委託調査「数学・数理学と他分野の連携・協力の推進に関する調査・検討～第4期科学技術基本計画の検討に向けて～」(平成22年3月)
 - ・数学と諸科学・産業との連携研究ワークショップ開催(文部科学省と大学等との共催、平成23年度)
 - 15 などの活動が行われた。
 - これらの活動への数学者の積極的な応答、協働研究を望む諸科学・産業研究者からの期待の高まりは、これまで個人と個人という線でつながってきた関係を、組織だった面・立体の関係へと進める時期が熟したことを示唆している。

②必要な方策

(2) 数学研究者と諸科学・産業の研究者との協働による研究からイノベーションにつなげるための方策

25

(3) 数学イノベーションに必要な人材の育成

①数学と諸科学・産業との協働による研究に関わる人材の育成

ア)大学等における人材の育成方策

30

イ)企業における人材の育成方策

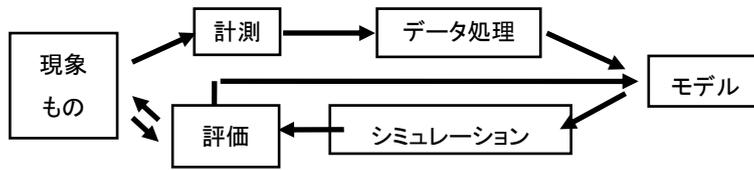
②数学界における、諸科学・産業との協働による成果への評価

③数学と諸科学や産業との間をつなぐ人材の育成

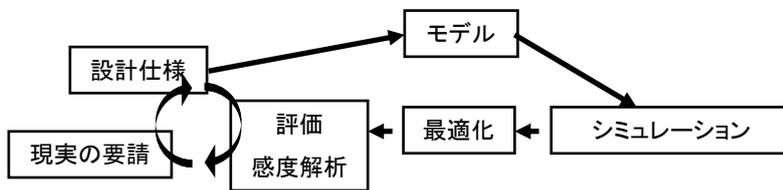
35

(4) その他

○知的財産権に関わる問題への対処方策



5 図1. 現象やもののモデル化の作業の概念図



10 図2. 工学等における設計作業の概念図

諸外国における近年の数学と諸科学・産業との連携強化に関する取組の例

○米国

2011年にBrown大学の計算実験数学研究所が設立された。

5

○ドイツ

MATHEONはベルリンにある3大学（ベルリン工科大、フンボルト大学、ベルリン自由大学）及び二つの研究所（WIAS、Zuse研究所）の数学者による共同研究体。40名の教授を含む約200名の研究者で構成されており、産業、経済、科学を対象にした応用駆動型基礎研究（‘Application-driven fundamental research）をコンセプトとする約60のプロジェクトを運営。活動期間は2002年から2014年の13年間で、ドイツ研究振興協会（DFG）などから資金提供を受けている。連携先の企業は、BASF、ベンツ、BMW、フォルクスワーゲン、Siemens、IBM、マイクロソフト、ルフトハンザ、エアバス、新日鐵、NEC等の大企業のほか、ドイツ国内の多数の中小企業。数学応用先としては、①ライフサイエンス、②ロジスティクス、交通網、③製造、④電子・光量子デバイス、⑤金融、⑥可視化の6分野からなる。

10

15

○中国

2009年に清華大学数学科学研究センター（Mathematical Science Center of Tsinghua University）が設立された。2010年には中国科学院の中に「国家数学・学際科学センター（National Center for Mathematics and Interdisciplinary Sciences、国家数学与交叉科学中心）が設置された。この国家科学・学生科学センターは、金融・経済、情報、環境、材料、生命・医療など六つのInstituteからなる数学を核とする横断領域的研究拠点であり、100名を超す新たなスタッフを導入し、21世紀の中国における数学と諸科学・産業との協働研究の中心を担うものとして設立された。現在これに比肩する規模の日本の数学拠点は無い。

20

25

30

○韓国

2005年に国立数理科学研究所（National Institute for Mathematical Sciences）が設立された。

35

研究成果の水平展開の事例

○ウェーブレット変換

5 熱伝導の方程式を解くために考案されたフーリエ変換を越え、20世紀初頭に断片的研究が始まったウェーブレット変換の応用の広がりには画像処理、信号処理、データ圧縮、音声認識、ECG分析、DNA解析、そしてマルチフラクタル解析などにも至っている。

○フーリエ変換（三角関数などを用いて波を研究するのに用いる数学理論）

10 波を画像で表示するオシロスコープのような装置で使われているのみならず、現在では、医療機器であるMRIの中心的原理にもなっている。

○情報幾何の理論研究

情報幾何学は、統計モデルを幾何学的視点から見るという発想から誕生し、さらに、学習理論、符号理論等へ応用され、統計学と微分幾何学を一挙に発達させた。

15 ○CTをめぐる研究

積分幾何学のアイデアを用いたCTスキャンなどの開発研究は現代の医療現場では決定的である。このアイデアの最初の応用は天文学にあったが、現代の地震学、高炉のコントロールなど、一見して医療とは異なる科学技術の広い分野における応用をも持つに至っており、逆問題として明確に定式化され、数学理論面からも研究が進展している。

20

思わぬ応用への広がり的事例

○赤池情報量基準

25 セメントの品質安定のための制御解析から出発した赤池情報量規準(AIC)は、幅広い分野に応用されている。

○確率論における伊藤解析

確率論における伊藤解析は、金融工学という創始者も予期せぬ方向に展開し、現代社会に大きな影響を与えるに至った。

○整数論

30 長年応用を持たなかった整数論は、素因数分解の計算困難性に着目し始まった暗号理論の基礎として現代の情報セキュリティに不可欠である。また、暗号技術の進歩と歩調を合わせて発展する整数論や代数幾何は、史上最大と言われる数学者ガウスの夢をはるかに超えて高度に抽象化された数学理論の高みに到達し、いまなお自律的に大きく進化し続けている。

35 ○コッホ曲線

コッホ曲線は、フラクタル幾何学として発展し、現在の画像幾何では欠かせない応用を持っている。

○有限体上の代数幾何

代数的図形を扱う代数幾何の簡易版のような位置付けで研究され始めたが、

現在では、ノイズの入る通信網で信号を効率的に送る符号理論の重要な基礎理論ともなっている。有限体上の代数幾何学が、有用な“符号”を作り出すことができることによって通信の質を保障するのに役立っている。

数学イノベーションにより解決が期待される課題の例

連携相手の 分野とのニーズ ○データの活用 ◆大量・複雑なデータ	ライフ	情報	材料	環境	経済・金融	その他（産業界等）
◆局所的データから大域的データを構成・種外挿手法	③トポロジーの応用による、センサネットワークの解析	⑤ウェブサイトに掲載された観測データの分離・分析に関する研究（地理情報ネットワーク、CG、CAD、ロケータ等への応用可能）	⑩不均一なデータ集の分析・モデリングによる、材料の特性予測	②地球環境のモニタリング・予測（CO2や気象データの解析・予測）	⑩高度な市場分析による、金融商品の開発・評価	⑩人間の行動モデル化による、マーケティングの最適化
○予測 ・偏微分方程式 ・数値解析 ・逆問題 ・確率論・離散 ・データ同化 ・学習理論 ・リスク解析 ・マルチスケール問題 ・人間の行動のモデル化 ・「予兆」の解明	⑩脳波や脈拍等の電生理学的データの解析・ヒトの状態の推定	⑤ウェブサイトに掲載された観測データの分離・分析に関する研究（地理情報ネットワーク、CG、CAD、ロケータ等への応用可能）	⑩不均一なデータ集の分析・モデリングによる、材料の特性予測	②地球環境のモニタリング・予測（CO2や気象データの解析・予測）	⑩高度な市場分析による、金融商品の開発・評価	⑩人間の行動モデル化による、マーケティングの最適化
◆大量・複雑なデータの活用	③トポロジーの応用による、センサネットワークの解析	⑤ウェブサイトに掲載された観測データの分離・分析に関する研究（地理情報ネットワーク、CG、CAD、ロケータ等への応用可能）	⑩不均一なデータ集の分析・モデリングによる、材料の特性予測	②地球環境のモニタリング・予測（CO2や気象データの解析・予測）	⑩高度な市場分析による、金融商品の開発・評価	⑩人間の行動モデル化による、マーケティングの最適化

					伝搬・緩和の予測	
○最適化 ・半正定値計画問題 ・最適制御	⑨個々の患者の前立 腺がんの数値モデル の構築による、間欠的 内分泌（ホルモン）療 法の最適スケジュール最					⑧半正定値計画問題の応 用（待ち行列、ロバスト 最適化、圧縮センシング等 建築物の安定性の解析等） ○CG(映像制作)における 、所望の映像を得るラメ ータ最適化
○その他(数学が 直接用いられ る分野等)						
◆可視化						○画像やビデオを入力と し、陰影推定やアニメー ション作成を行う技術
◆情報セキュリ ティ		①クラウドコンピュー ティングに適した 秘密分散法の実現 ④最新検索技術の活 用による、暗号の安全 性解析の効率性向上 ⑤ウェーブレットに よる、流通コンテンツ の保護				

(注) 本表において例示した課題の前の番号(①など)は、以下の23年度開催ワークショップ等において明らかになった課題であることを示している。

- ①秘密分散とクラウドコンピューティングの数理
- ②地球環境流体研究と数理科学
- ③応用トポロジー：情報通信・生命科学との連携を目指して
- ④情報セキュリティと数理科学の連携による融合領域の創造
- ⑤ウェーブレット理論と工学への応用
- ⑥金融数理科学と金融技術への将来展望—ポスト金融危機への対応—
- ⑦理工学及び産業界における連続体力学の数理と研究連携
- ⑧最適化理論の産業・諸科学への応用
- ⑨社会的リスクの予測と制御に対する数理工学アプローチ
- ⑩複雑系ゆらぎデータの分析と制御
- ⑬数学をコアとするスマート・イノベーションの探索
- ⑮数理モデルの産業・諸科学への活用—数理モデルの夢—