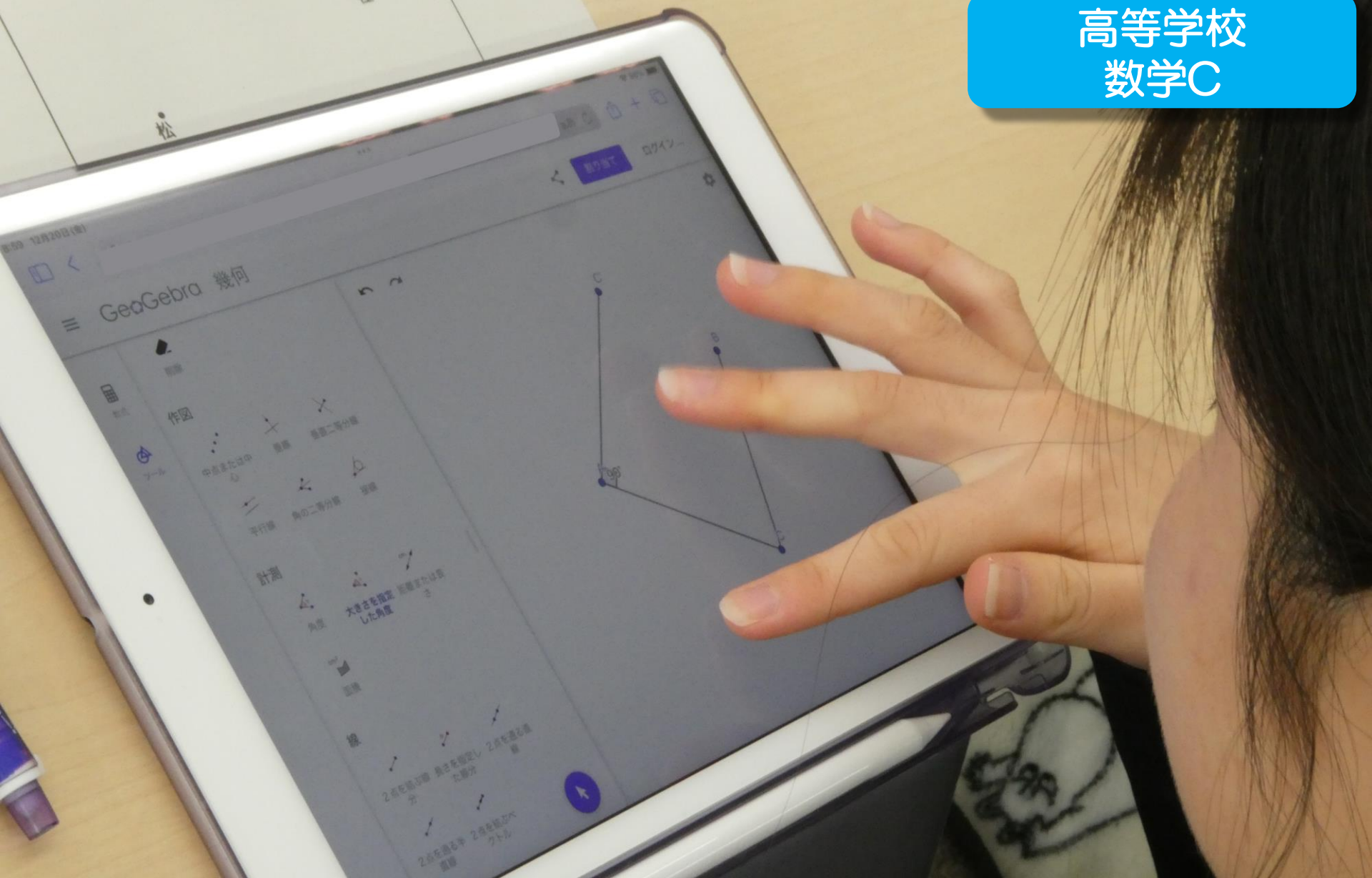




作図ツールを用いて、「財宝」のありかを作図して求める。

高等学校 数学科 数学C「複素数平面」

■単元の目標

- (1) 複素数平面と複素数の極形式、複素数の実数倍、和、差、積、及び商の図形的な意味を理解する。
【知識及び技能】
- (2) 複素数平面における図形の移動などに関連付けて、複素数の演算や累乗根などの意味を考察できるようにする。また、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、コンピュータなどの情報機器を用いて曲線を表すなどして、媒介変数や極座標及び複素数平面の考えを問題解決に活用したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察できるようにする。【思考力、判断力、表現力等】
- (3) 事象を複素数平面の考えを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。【学びに向かう力、人間等】

■単元の指導計画（15時間）

第1小単元「複素数平面」

- ・複素数平面の導入
- ・複素数の実数倍、和、差の図形的な意味

第2小単元「複素数の極形式」

- ・複素数の極形式
- ・複素数の積と商の図形的な意味

第3小単元「ド・モアブルの定理」

- ・ド・モアブルの定理
- ・1の n 乗根

第4小単元「図形への応用」

- ・複素数平面上の図形の考察

■小単元の概要

座標平面上の点に複素数を対応させることにより複素数平面を導入し、図形の移動などに関連付けて複素数の演算などの意味を考察する。

複素数の極形式を導き、複素数の積や商の図形的な意味を理解できるようにする。

極形式による複素数の積の一般化として、ド・モアブルの定理を導く。また、簡単な場合について、累乗根の図形的な意味を考察する。

日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、複素数平面の考えを問題解決に活用したり、複素数平面上で図形について考察したりする。

■資質・能力が育成され「深い学び」が実現している生徒の姿（第4小単元）

【学習活動の場面】

授業の最初に教師が次の問題を提示した。

ある島に井戸と松の木と梅の木がある。井戸から松の木まで歩いていき、左回りに90度向きを変え、同じ距離だけ進み、そこに杭を打つ。さらに、井戸から梅の木まで歩いていき、右回りに90度向きを変え、同じ距離だけ進み、そこに杭を打つ。この杭と杭の真ん中の地点に財宝を埋めたと、古文書には書いてある。その財宝を見付けようと、行ってみると松の木と梅の木はあるが、井戸が埋まってしまっていて、見付けられなかった。あなたは、財宝を見付けられるか。

この財宝について、まずは作図ツールを用いて探ってみることになった。

【生徒の「深い学び」の姿】

生徒たちは、作図ツールを用いて、井戸の位置を仮定したときの財宝の位置が、井戸の位置を変えても変わらないことに驚いた。ここで教師が、なぜそうなるのだろうかと問いかけた。

A「図形的に考えられそう。」

B「あー、複素数平面で考える？」

教師「他にも方法ありそうだけど、複素数平面で考えると何かよいことあるの？」

C「あ、90度回転がしやすい！」

こうして複素数平面で考えることになり、その過程で、原点以外の点を中心とする回転について学んだ。ある生徒は「複素数平面の特徴とよさが改めてよくわかった」と授業を振り返った。

【当該指導での「深い学び」】

作図ツールを用いると、井戸の位置を動かしても財宝の位置は変わらないことを生徒が動的に確かめることができる。この不思議さが、「なぜそうなるのだろう」という問いを生み出している。また、全員が作図ツールで90度回転をイメージしていたことが、複素数平面を用いるというアイデアのよさについて話し合うことを可能にしている。そのことにより複素数平面に対するよさの認識が深まっている。

■指導上の工夫とICTの利活用

① ICTを用いて生徒の試行錯誤を支援する。

* 作図ツールは簡単に図形を描いたり消したり、また動かしたりできるため、生徒が試行錯誤することを可能にする。

② ICTを用いることで生徒にとっての問いを見いだす。

* 作図ツールは図形を動かせるからこそ、位置や長さなどが変わる中で変わらない関係などがあるとそれが際立つ。このことが、なぜそうなるのかという不思議さから来る問いを生む。

③ ICTを用いて見いだされたことがらを論理的に考察する機会を設ける。

* ICTを用いて帰納的に考察することには大いに価値があるが、数学は、さらにそこから演繹的な考察を試みる。ICTを用いて帰納的に考察すること、定義に基づいて演繹的に考察することは相補的な関係になっている。



学習指導要領や解説との関連

高等学校学習指導要領 第2章 各教科 第4節 数学

〔第6 数学B〕 2 内容 (2) 平面上の曲線と複素数平面

イ(ウ)日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、コンピュータなどの情報機器を用いて曲線を表すなどして，媒介変数や極座標及び複素数平面の考えを問題解決に活用したり，解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすること。

(解説)

日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え，媒介変数や極座標及び複素数平面の考えを問題解決に活用したり，解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりする。(中略)また，次のような「財宝探しの問題」を複素数を用いて考察することも考えられる。(以下略)