

理数探究の事例イメージ

※本事例イメージは、実際の高校の取組を基に、作成したものである。

1 指導例について

これまでに記載した探究の意義や指導の在り方などを踏まえ、参考となる具体的な指導例を次ページ以降に掲載する。

指導例は、各学科に共通する教科「理数」の「理数探究基礎」及び「理数探究」の解説を踏まえ、理数科の課題研究の取組、スーパーサイエンスハイスクールにおける課題研究などの取組を収集し、それを基に作成した。

2 指導例の示し方

各指導例は見開き2ページで示し、左側のページは「生徒の探究の概要」、右側のページには「生徒の状況及び教師の指導助言等」としている。概ね次のような構成を基本としている。

生徒の探究の概要

設定した課題
探究の目的
用いた方法
得られた結果
考察・推論

生徒の状況及び教師の指導助言等

課題の設定（課題の把握、課題の設定）
課題の追究（仮説の設定、検証計画の立案、結果の処理）
課題の解決（考察・推論）

3 指導例の活用

以下の指導例は、「理数探究基礎」及び「理数探究」を実施する際、想定される探究の過程や、生徒に主体的に取り組ませるために必要な教師の関わり方などを、参考として示している。各学校の実態や生徒の特性等に合わせて活用することが期待される。

これまで多くの授業や課外活動などにおいて優れた指導事例の蓄積があると考えられ、それらを学校内外で共有することが求められる。また、これらを基に、創意工夫を生かした様々な指導方法が開発・実践されることが望まれる。

ア 自然事象や社会的事象に関すること

- ・ダンゴムシの交替性転向反応はどのようにして起こるか
- ・酸性～塩基性でムラサキキャベツ液の色を鮮やかに変化させる色素の成分を調べる
- ・筒をのぞくと見える不思議な模様を調べる

イ 先端科学や学際的領域に関すること

- ・銅樹のフラクタル成長の規則性を調べる

- ・周期的に色の変化を繰り返す化学反応について調べる

ウ 自然環境に関すること

- ・マツの葉の汚染率は空気中のちりの量の指標となるか
- ・新生代第四紀の地層から産出する化石を用いて、当時の環境を明らかにする

エ 科学技術に関すること

- ・風洞装置を使って紙飛行機の揚力について調べる
- ・窓の熱伝導によって夏の夜間の室温を効率的に下げる方法を探る

オ 数学的事象に関すること

- ・金平糖^{っの}の角の形成過程の数理モデルを作成する
- ・新たな二項演算を見いだす

生徒の探究の概要

設定した課題

ダンゴムシの交替性転向反応はどのようにして起こるか

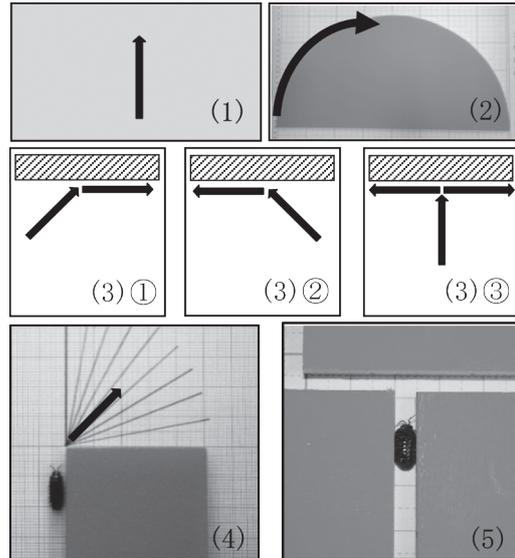
探究の目的

ダンゴムシの交替性転向反応がどのような状況で起こるかを探る。

方法と結果

次の(1)から(4)の実験では、ダンゴムシがどのように進行するかを観察し、それぞれの実験結果を矢印で示した。なお、図中の数字は、各実験の数字に対応している。

- (1) 障害物の無い平面に置いた場合
→ほぼ直進した。
- (2) 曲面の壁に接触させて置いた場合
→ほぼ壁に沿って進行した。
- (3) 進入角度を変えて壁に接触させた場合
 - ①左から斜め45度で進入
→全て壁に沿って右に進行した。
 - ②右から斜め45度で進入
→全て壁に沿って左に進行した。
 - ③壁に対して垂直に進入
→左へ進行するものと右へ進行するものが同数ずつ観察された。
- (4) 直角の角から障害物の無い平面に進行させた場合
→全て直前まで接触していた壁側へ曲がって進行した。



以上の結果から、ダンゴムシの行動には壁が影響を及ぼしていることが示唆されたため、次の実験を行った。

- (5) 体の左右両側が壁に接触するT字型分岐迷路に置いた場合
→迷路の途中で止まってしまうたり、分岐点で左右不規則に進行したりした。

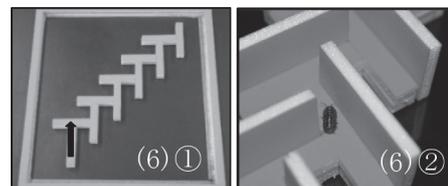
考察・推論

体の左右のどちらか片側が壁に接触している場合は接触する壁に沿って進行し、やがて壁の無いところに出た場合は直前まで接触していた壁側へ曲がって進行した後、最初に接触した壁に沿って進行する。この行動が連続することにより、交替性転向反応が起こるのではないかと考えられる。また、ダンゴムシは体の左右両側が壁に接触している場合は交替性転向反応が起こらないことが示唆された。

参考：新たな展開

さらに、交替性転向反応は壁が無くても起こるかを検証するために、水に囲まれたT字型分岐迷路を用いて、迷路に壁を設置しない場合と設置する場合との比較実験を行ったところ、結果は以下ようになった。

- (6) 水に囲まれたT字型分岐迷路に置いた場合
 - ①迷路に壁を設置しなかった場合
→交替性転向反応が観察されなかった。
 - ②迷路に壁を設置した場合
→交替性転向反応が観察された。 以下省略



生徒の状況及び教師の指導助言等

各過程 <small>生徒が働かせた 見方・考え方</small>	生徒の状況	教師の指導助言等
課題の把握 <small>理科の 見方・考え方</small>	<p>・ダンゴムシの交替性転向反応（分岐迷路を進む際、左右交互に曲がりながら進む習性）について、調べたいと考えた。</p>	<p>・ダンゴムシの交替性転向反応について、どのような要因で起こるかという疑問を投げかけた。</p>
課題の設定 <small>理科の 見方・考え方</small>	<p>・ダンゴムシの交替性転向反応はどのような要因で起こるか、探究しようと考えた。</p>	<p>・交替性転向反応については、有力な仮説があるが、まずは独自に仮説を立てて検証するように指導した。</p>
仮説の設定 <small>理科の 見方・考え方</small>	<p>・ダンゴムシは体の左右のどちらかの壁に接触すると、その後はその壁に沿って進行するのではないかという仮説を立てた。</p>	<p>・実際に実験をさせながら、壁と接触しているのは、体の左右のどちらか片側だけか、それとも、左右両側に注目して仮説を考えさせた。</p>
検証計画の立案 <small>理科の 見方・考え方</small> <small>数学的な 見方・考え方</small>	<p>・仮説を立てたが、どのような見通しをもって仮説を検証していけば良いかが分からなかった。</p> <p>・何個体のダンゴムシを実験に用いるのが妥当か、実験回数は何回が妥当か、判断できなかった。</p>	<p>・どのような実験装置を自作すればよいか考えさせた。</p> <p>・個体差や実験条件によってばらつきが生じることを考えさせ、個体数や実験回数を設定させた。</p>
結果の処理 <small>理科の 見方・考え方</small> <small>数学的な 見方・考え方</small>	<p>・結果をどのような形で処理したら良いかが不明であった。</p> <p>・実験結果に対して、統計的に考えることが不十分であった。</p>	<p>・実験結果が何を示しているのかを考えさせ、その示す内容を分かりやすく表現するには、どうしたらよいかを考えさせた。</p> <p>・実験について、試行回数が十分であるか、個体差があるかについて確認させた。生徒の状況を踏まえて、検定処理を行わせることも考えられた。</p>
考察・推論 <small>理科の 見方・考え方</small>	<p>・何を、どのように考察したら良いかが曖昧であった。</p> <p>・仮説を検証するに当たって、実験結果から何が言えるかという視点で考察することが不十分であった。</p> <p>・考察の過程で、交替性転向反応は体が壁と接触していなくても起こるのではないかという新たな疑問が生じた。</p>	<p>・設定した仮説を検証するために、実験結果が「何を」、「どこまで」示唆しているか考えさせた。</p> <p>・「仮説を支持するかないかの根拠として、実験結果から何が言えるか」と問いかけた。</p> <p>・新たな疑問を見いだしたことを評価し、更なる探究の展開を支援した。</p>
参考：新たな展開 <small>理科の 見方・考え方</small>	<p>・新たな疑問に対する課題を設定するなど、更なる探究を展開することができる。</p> <p>・交替性転向反応は体が壁と接触していなくても起こるかを検証するために、水に囲まれたT字型分岐迷路を用いた。その理由は、壁の代わりに水との境界によっても交替性転向反応が起こるかを調べるためである。</p>	

生徒の探究の概要

設定した課題

酸性～塩基性でムラサキキャベツ液の色を鮮やかに変化させる色素の成分を調べる

探究の目的

ムラサキキャベツ液は、BTB 溶液などの酸塩基指示薬と同様に pH によって色が変わるが、色の変化の仕方は一般の指示薬よりも複雑である (pH 1.0【赤】、pH 3.0【桃色】、pH 5.0【赤紫】、pH 7.0【紫】、pH 9.0【青】、pH 11.0【緑】、pH 13.0【黄】)。そのため、「ムラサキキャベツの色素は複数の成分が混ざり合ったものではないか」と考え、その解明を探究の目的とした。

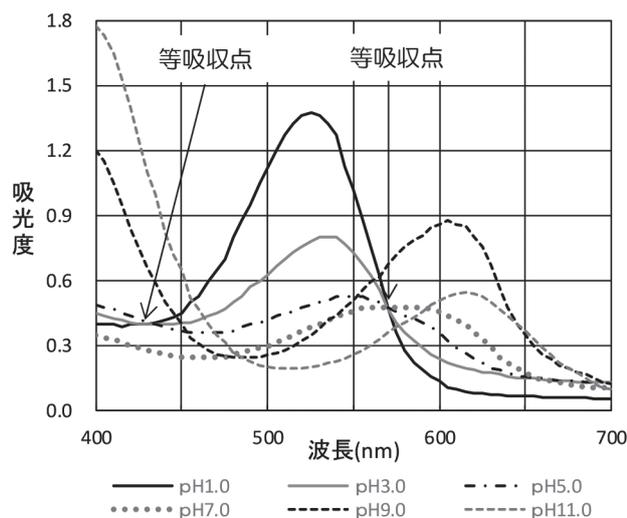
用いた方法

- ① pH 1.0, pH 3.0, pH 5.0, pH 7.0, pH 9.0, pH 11.0, pH 13.0 の緩衝溶液を調製した。
- ② それぞれの溶液にムラサキキャベツ液を加えて、その溶液の吸収スペクトルを紫外可視分光光度計で測定した。
- ③ 波長と吸光度のグラフを作成し、その関係性を分析した。

得られた結果

pH 1.0, pH 3.0, pH 5.0 においては、波長 430nm, 570nm 付近で等吸収点 (吸収スペクトルが 1 点で交わる場所) が見られた。

pH 9.0, pH 11.0 の吸収スペクトルにおいては、酸性側の等吸収点と重ならなかった。(pH 13.0 については実験中に退色があったため、グラフには示さなかった。)



ムラサキキャベツ液の吸収スペクトル

考察・推論

酸性側では、等吸収点が見られたことから、pH により構造が変化する同一物質 (文献によりアントシアニン) の存在を推測した。一方、塩基性側では、酸性側の等吸収点と重ならなかったことから、アントシアニン以外の物質の存在を推測した。

参考：新たな展開

アントシアニン以外の物質の存在を確認するため、薄層クロマトグラフィー (TLC) を用いる計画を立て実験を行ったところ、2種類の成分が存在するのではないかという推測が得られた。色素成分のより精密な分離と同定のため、高速液体クロマトグラフィー (HPLC) を利用した。HPLC による分離では、紫色の成分 2種類と無色の成分 1種類が含まれていることが分かった。さらに、無色の成分を塩基性にするとう黄色に変色した。

生徒の状況及び教師の指導助言等

各過程 <small>生徒が働かせた 見方・考え方</small>	生徒の状況	教師の指導助言等
課題の把握 <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・小学校時代の実験で、ムラサキキャベツ液の色の変化がとても印象的であった。 ・高校で酸・塩基の実験を行った際、ムラサキキャベツ液の色の変化が一般の指示薬より鮮やかで複雑であることに疑問をもった。 	<ul style="list-style-type: none"> ・この課題は、教科書等に記述され、常識と考えられている現象の説明についての疑問であり、探究に取り組む価値があることを伝えた。 ・吸収スペクトルや吸光度について調べるように伝えた。
課題の設定 <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・ムラサキキャベツ液の色を変化させる色素の成分について調べることを課題として設定した。 	<ul style="list-style-type: none"> ・アントシアニンなど植物色素の成分に関する先行研究や文献の調査を行うよう助言した。
仮説の設定 <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・ムラサキキャベツの色素は複数の成分が混ざり合ったものではないかとの仮説を立てた。 	<ul style="list-style-type: none"> ・吸光度を測定することにより、含まれる成分について何か分かるのではないかと伝えた。
検証計画の立案 <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・pHを2.0ずつ変化させた緩衝溶液を調製した。 ・条件を同じにして溶液の吸収スペクトルを紫外可視分光光度計で測定した。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ムラサキキャベツ色素の成分の分離やpHによる色変化の測定のために、利用可能な器具や機器など、実験方法の選定について助言した。
結果の処理 <small>理科の 見方・考え方</small> <small>数学の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・グラフをどう見たらよいか分からなかった。助言を受けて、酸性側では等吸収点が現れることを確認した。塩基性側の吸収スペクトルでは、酸性側での等吸収点に重ならないことを確認した。 	<ul style="list-style-type: none"> ・結果をグラフに表し、そこから見えてくる傾向について考えさせた。 ・それぞれの吸収スペクトルを重ねた時に等吸収点が現れるかどうか確認するように助言した。 ・視点をもってグラフを見るように助言した。
考察・推論 <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・実験結果は複数の成分が混ざり合ったものではないかという仮説を裏付けるものではあったが、結論付けるには、新たな検証計画を立てる必要があることに気付いた。 	<ul style="list-style-type: none"> ・推測したことを検証するために新たな計画を立てるように助言した。 ・クロマトグラフィーなど成分を分離する方法を調べるように助言した。
参考： 新たな展開 <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・薄層クロマトグラフィー（TLC）を用いた実験においても仮説を裏付ける結果ではあったが、色素成分のより精密な分離と同定のために高速液体クロマトグラフィー（HPLC）を用いたところ、3種類の成分が含まれていることが確認できた。 	

生徒の探究の概要

設定した課題

筒をのぞくと見える不思議な模様を調べる

探究の目的

金属の円形の筒を通して明るい空（青空）をのぞくと、図1のような同心円状の模様がみられる。この模様（見える像）がどのような仕組みで生じるかを調べる。

用いた方法

- (1) 図2のように照明装置でスクリーンを照らし、カメラのレンズの光軸と筒の中心軸を一致させ、筒を通してスクリーンを撮影する。また、筒の左半分から光が入射しないようにして、筒を通してスクリーンを撮影する（図3）。
- (2) 撮影した画像を、画像解析ソフトウェアを用いて解析した。
- (3) 筒の半径、長さ、材質、光の波長を変えて調べた。

得られた結果

- (1) 図4は、撮影した画像を基にして、模様をモデルで示したものである。各領域のリング間の距離は、ほぼ全て等しく、その距離は筒の内径と等しかった。
- (2) 図5は、図4の各領域に対する輝度（相対値）を示したものである。外側の領域になるにつれて輝度は減少している。また、同じ領域においても、中心側から外側に向かって輝度が減少していることが分かる。この結果は、筒の内径、長さ、材質、光の波長にかかわらず、全ての筒に当てはまった。

考察・推論

図3より、金属の筒の内面での反射が関係しているのではないかと考えた。そこで、仮説として、それぞれの領域に異なる道筋で光が進み、外から入射した光は、筒内での反射が1回では第1領域内に、2回では第2領域内に、3回では第3領域内に観察されるとした。この仮説に基づき、図6の二次元のモデルを作成して考察した。これにより、各領域の距離は筒の直径に等しくなることが説明できた。また、簡単な文字を撮影して解析した結果などからも、仮説が妥当と考えられる。

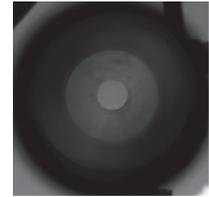


図1 青空をのぞいたときの模様

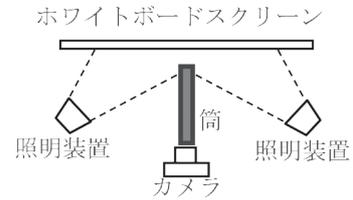


図2 実験装置

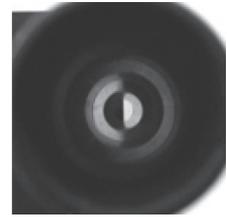


図3 円の半分を黒くしたときの模様

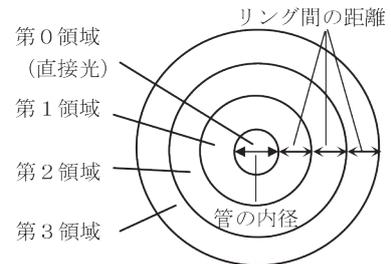


図4 観察された模様

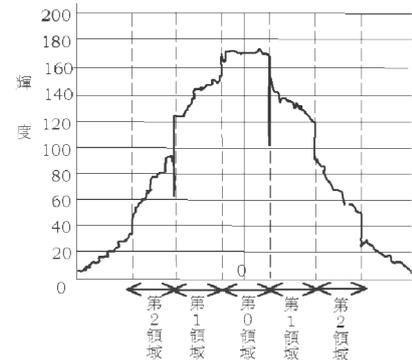


図5 各領域の輝度

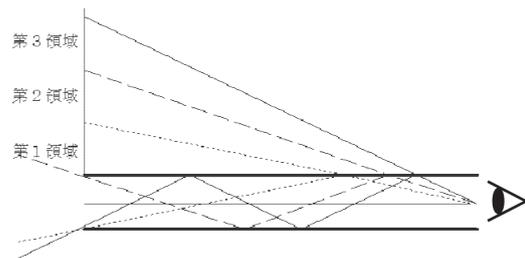


図6 各領域で異なる道筋を通るとした仮説

生徒の状況及び教師の指導助言等

各過程 <small>生徒が働かせた 見方・考え方</small>	生徒の状況	教師の指導助言等
課題の把握 <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 金属の筒を偶然のぞき込んだときに見えた模様に関心をもった。 	<ul style="list-style-type: none"> 「見えた模様の特徴は？ それは他の筒の場合にも当てはまる？ 計測することは可能？」などの観察の視点を与えた。また、先行研究の有無や関連する物理現象について考えさせた。
課題の設定 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 長さや形状、材質が異なると見える模様はどのように異なるかを調べる。 模様を撮影し、データ化する。 	<ul style="list-style-type: none"> 本校が所有する実験装置で測定が可能か、また、模様や像の何を測定すべきか、観察した結果をどのように数値化できるかを考えさせた。 本研究が研究対象として妥当か、オリジナリティがあるか、実験に無理がないかなどに着目させた。
仮説の設定 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 図3から反射で説明ができると予想した。議論を通して、筒の端の位置に像ができていることに気づき、光の道筋を考え、仮説を立てた。 【仮説】金属の筒の内面での反射による像が関係しているのではないかと考え、筒内での反射が1回では第1領域に、2回では第2領域に、3回では第3領域に像として観察されるとした。 	<ul style="list-style-type: none"> 仮説の内容を話し合わせ、考えられるあらゆるアイデアを出させた。 写真に写る像は、どの位置にできているのかを考えさせた。 上記の考えを進めるため、再度文献調査を促した。 どのようなデータをどの範囲で測定すればよいか、どのように調べれば仮説の検証になるか考えさせた。
検証計画の立案 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 写真の撮影では、スクリーンに2方向から光を当て、一様な明るさにして、筒をスクリーンに垂直に置いた。 画像解析ソフトを利用して、輝度の分析を行った。 	<ul style="list-style-type: none"> 実験、観察上で注意すべき点は何かを考えさせた。特に条件設定の検討では、検証の際の排除すべき要素に注意させた。 仮説を裏付ける、または反証となる実験を考えさせた。
結果の処理 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 写真の分析より、材質や長さにかかわらず、円筒をのぞいて見える模様に通性の性質が見られた。 輝度についても分析ができた。 	<ul style="list-style-type: none"> 得られたグラフにはどのような特徴があるか、その特徴を既存の知識で説明できるかなどを考えさせた。 実験は正確にできていたか、また誤差はどの程度かなどを検討させた。
考察・推論 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 結果から、仮説が支持されると判断した。仮説を基に、作図で考察すると、領域の幅についての説明ができた。また、次の追加実験からも仮説の検証ができた。 ①撮影する位置を確認した。 ②第2領域をつくる光が筒の中で反射すると考えた部分を黒い紙で覆うと、第2領域のみ黒くなった。 	<ul style="list-style-type: none"> 自分たちが行った実験だけで、仮説の妥当性を説明できるか検討させた。 必要とされる追加実験を考えさせ、新たな実験の工夫や装置の改良を検討させた。
その後の探究の展開	<ul style="list-style-type: none"> ①筒内部を鏡面反射するアルミニウム膜で覆い n 次反射の強度を調べた。 ②反射の際の輝度変化を分析する装置を工夫して組み立て、反射回数や反射角によるレーザー光強度の変化を測定し輝度の変化の説明を試みた。この際、レーザー光源 (He-Ne レーザー) 強度の時間安定性、照度計の安定性などに課題があると分かり、実験装置の特性も同時に調べた。 	

生徒の探究の概要

設定した課題

銅樹のフラクタル成長の規則性を調べる

探究の目的

銅樹を同時に多数成長させたときの成長の規則性について明らかにする。

用いた方法

CuCl_2 寒天水溶液を直径 90mm のシャーレに 4 g 流し込む。寒天ゲルが固まったら、ゲル上に鉄片(直径 6mm 厚さ 0.3mm)をのせ、表面にラップを貼る。恒温恒湿器で温度 25°C、湿度 90% の条件で銅樹を成長させ、その画像を基に、コンピュータなどで解析する。

得られた結果

銅樹はその一部を拡大すると全体と似た形が現れる自己相似性をもつ(図 1)。自己相似性をもつ形は、次元を数学的に求めると非整数になり、フラクタルという。図 1 の銅樹のフラクタル次元は約 1.7 次元となった(図 2)。

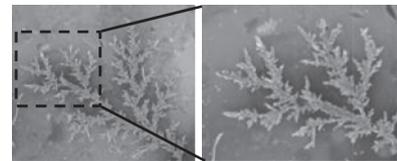


図 1. 銅樹の自己相似性; それぞれ左隣図の破線部を 2 倍に拡大した画像

考察・推論

2 個の鉄片から成長させた銅樹間にできる隙間は垂直二等分線になる。鉄片 3 個を三角形に置くと隙間の交点 V は外心となることで分かる(図 3 (a), (b))。

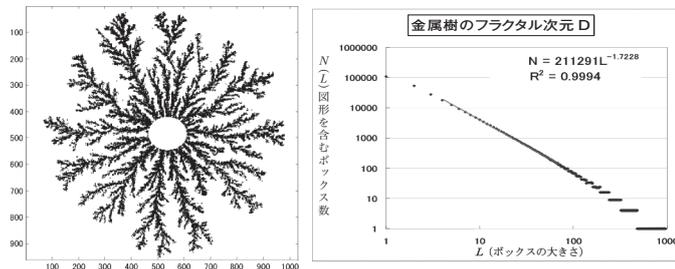


図 2. ボックスカウント法により銅樹の次元は約 1.7 次元となった。

20 個の銅樹を同時に成長させると、銅樹間の隙間がポロノイ境界となった(図 3 (c))。母点から銅樹を同時に成長させることで幾何学のポロノイ図を描くことができた。さらに、鉄片を点と線状にすると銅樹間の隙間は放物線になった(図 2 (d))。これは準線と焦点まで等距離の点の集まりが放物線となるためである。

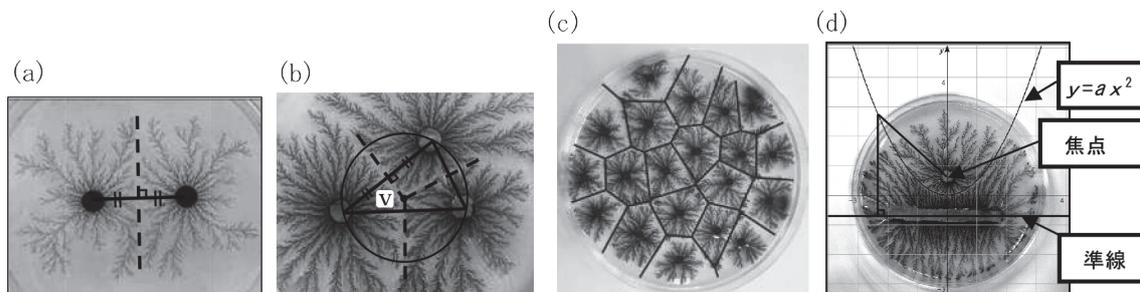


図 3. 銅樹を複数成長させたとき銅樹間に生じる隙間の分布。(a) 2 個の鉄片から生じた銅樹の隙間、(b) 3 個の鉄片から生じた銅樹の隙間、(c) 20 個の鉄片から生じた銅樹の隙間の分布はポロノイ境界と一致した。(d) 点と帯状の鉄片から銅樹を成長させると隙間は放物線と一致した。

生徒の状況及び教師の指導助言等

各過程 <small>生徒が働かせた 見方・考え方</small>	生徒の状況	教師の指導助言等
課題の把握 <small>理科の 見方・考え方</small> <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 化学の教科書に載っていた金属樹が自己相似的に枝分かれを繰り返す形に興味をもった。 数理講座でフラクタルの数学的な特性や解析手法を学んだことを契機に、実際の金属樹のフラクタル次元の計測に興味をもった。 金属片が複数存在する場合に生成される金属樹の形に興味をもった。 	<ul style="list-style-type: none"> 金属樹以外にもフラクタル図形と捉えられるものがあるか探そう助言した。 自然界におけるフラクタルな事物と数学的抽象的に定義されたフラクタル図形の特性の違いに注意を払うよう指導した。 フラクタルを解析するために必要な数学的手法を指導・提供した。
課題の設定 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 銅樹のフラクタル次元を計測する。 銅樹を同時に多数成長させた場合に生じる隙間の分布の幾何学的特性を調べる。 	<ul style="list-style-type: none"> フラクタル図形の次元の定義は図形の特性に応じて複数存在することを指導した。 数学的に定量化して検証ができ、発展的な展開が可能な課題になったことを評価した。
仮説の設定 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 【仮説①】擬二次元的に成長した銅樹のフラクタル次元は1より大きく2より小さい。 【仮説②】銅樹を同時に複数成長させた場合の隙間は、鉄片を結ぶ線分に対して垂直二等分線上に形成される。 	<ul style="list-style-type: none"> 仮説①はフラクタル図形の幾何学的特性から考察して妥当か否か助言した。 仮説②の検証のために、活用できる数学的な手法や事象としてどのようなものが存在するのか検討するよう促した。
検証計画の立案 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 【仮説①】寒天ゲルの上から市販のラップを貼るという生徒の着想により、次元計測に適した大きく美しい銅樹を生成可能になった。 【仮説②】鉄片を2個置いたときに生じた銅樹間の隙間は、2個の鉄片を結ぶ線分の垂直二等分線になった結果を踏まえ、順次個数を増やして検証することとした。 	<ul style="list-style-type: none"> フラクタル次元の計測は大学教授に指導してもらった。一定の温度の下で計測に適した銅樹を成長させる必要性を助言した。 最初から多数の鉄片による銅樹の実験始めることが適切かどうか疑問を投げかけ、「鉄片が2つ、3つ…」と順次検証する生徒の計画は適切であると伝えた。
結果の処理 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 当初、銅樹間の隙間が垂直二等分線であることを見た目のみで示していた。 鉄片が3個以上の場合での銅樹の形状の数学的処理（図形把握）に戸惑いがみられた。 	<ul style="list-style-type: none"> 図2(a)の目視の結果のみでは、垂直二等分線となっている証明にはならないと助言した。 得られた形状が既知の幾何学的図形か否か、調査すること、数学ソフトの活用を助言した。
考察・推論 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 次元計測で1.7次元という妥当な結果を得た。鉄片3点では外心が、多数点の場合はポロノイ図形が得られることが実験で検証できた。 鉄片の形状が点でない場合に生成される銅樹の形状がどうなるのか発展的な疑問をもった。 	<ul style="list-style-type: none"> 「点状の鉄片と線状の鉄片の場合」に理論的にはどのような形状が生成されるか、数学的な考察と実験の必要性を助言した。他に内心や楕円などが得られるか、疑問を投げかけた。
新たな展開	<ul style="list-style-type: none"> 均等な条件の下で銅樹を成長させたため結果的にポロノイ境界が現れたものと思われる。このように自然界にある形を取り上げ、その図形的な性質を基に自然事象の意味を考察することが考えられる。 	

生徒の探究の概要

設定した課題

周期的に色の変化を繰り返す化学反応について調べる

探究の目的

時間経過とともに溶液の色などが周期的に変化を繰り返す化学反応を一般に振動反応という。振動反応の一つである BZ (ペロウソフ・ジャボチンスキー) 反応において、振動反応の停止後の状態が、初濃度等の条件によってどのように変化するかを調べることにした。

用いた方法

ビーカーに臭素酸ナトリウム (NaBrO_3)、マロン酸 (MA)、硫酸の各水溶液を加え、最後にフェロインを加えて振動反応を開始させる。Pt 電極を用いて酸化還元電位を 48 時間測定する。(25°C, 一定速度で攪拌)

得られた結果

反応物は時間とともに消費されるため、振動は永遠に続かず、成分の初濃度に応じて溶液がどちらかの色で定常状態となる (図 1 左の \triangle \square)。しかし、ある濃度では一旦停止した振動が突然再開することがわかった (図 1 左の \bullet)。また、MA と NaBrO_3 の初濃度 $[\text{MA}]_0$ と $[\text{BrO}_3^-]_0$ がともに低い領域では、極端に長い誘導期を経た後、振動状態 (図 1 左の \circ) が現れた。図 1 右には $[\text{MA}]_0$ と $[\text{BrO}_3^-]_0$ に関する振動停止過程の状態分岐図を示した。 $[\text{MA}]_0$ が高く $[\text{BrO}_3^-]_0$ が低い溶液は図 1 \square の還元定常状態に到達する。一方 $[\text{MA}]_0$ が低く $[\text{BrO}_3^-]_0$ が高い溶液は図 1 \triangle の酸化定常状態に到達する。図 1 \bullet の振動が復活する過程は、 \square の過程と \triangle の過程の 2 つの初濃度領域の境界に位置する。 \times は全く振動が起こらなかった初濃度である。

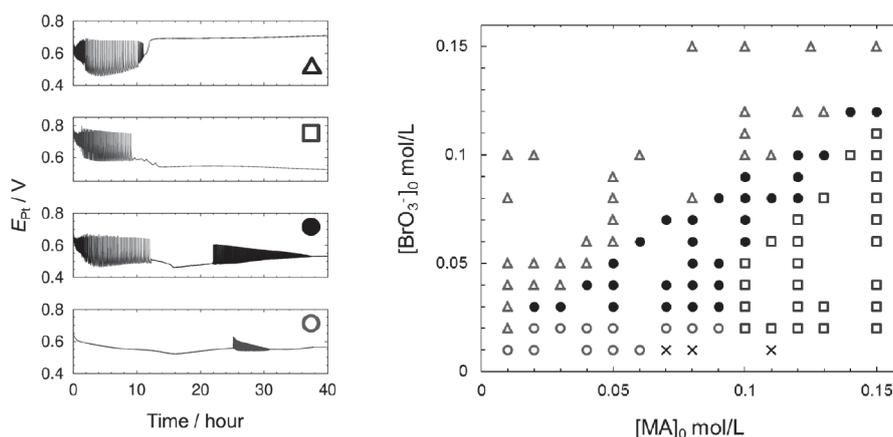


図 1. 左は典型的な Pt 電極電位の時間変化の例を示す。横軸は時間、縦軸は Pt 電極電位 E_{Pt} 。右は $[\text{MA}]_0$ と $[\text{BrO}_3^-]_0$ に関する振動停止過程の状態分岐図を示す。

考察・推論

閉鎖系の BZ 振動の止まり方には 4 種類あることが分かった。それは単調に停止するだけでなく、ある条件下では振動の復活が観察された。これらは酸化剤の初濃度 $[\text{BrO}_3^-]_0$ と反応基質の初濃度 $[\text{MA}]_0$ の組合せによって、状態分岐図上で 4 つの領域に明確に分かれた。

生徒の状況及び教師の指導助言等

各過程 生徒が働かせた 見方・考え方	生徒の状況	教師の指導助言等
課題の把握 理科の 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・実験書から溶液の色が周期的に変化するという BZ 反応を見つけてきて、面白そうなので題材に選んだ。 	<ul style="list-style-type: none"> ・反応物の初濃度を変えながら、溶液の振動が起こる初濃度分布を調べるように助言した。
課題の設定 理科の 見方・考え方 数学的な 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・振動していた溶液を2日間放置した生徒が、その溶液が振動時とは異なる色になっていることに疑問を抱いたため、振動反応がどのように停止したのか調べることにした。 	<ul style="list-style-type: none"> ・他の様々な振動現象を調べて参考にしよう指導した。 ・振動現象については漸化式で表現できる可能性があることを示唆した。
仮説の設定 理科の 見方・考え方 数学的な 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・反応物質の初めの濃度によって反応が停止した後の状態が決まるのではないかと、との仮説を立てた。 ・長時間実験することにより、振動反応がどのように停止したのか、その要因が分かるのではないかと考えた。 	<ul style="list-style-type: none"> ・「反応が停止したかどうかを判断するには、長時間の観察が必要ではないか」と助言した。 ・漸化式での表現について調べてみよう助言した。
検証計画の立案 理科の 見方・考え方 数学的な 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・振動反応を48時間にわたって測定するために、溶液の Pt 電極電位を測定して振動の様子を数値化し、測定結果を自動的に PC に記録できる実験系を構築した。 ・振動反応の停止後の状態に濃度依存性があるかどうか、酸化剤である臭素酸ナトリウムと反応基質であるマロン酸の初濃度を変え調べた。 ・BZ 反応の漸化式を基にしてコンピュータシミュレーションを行った。 	<ul style="list-style-type: none"> ・酸化還元電位の測定方法、測定装置の自作、一定温度での実験系の構築について生徒と一緒に勉強しながら行った。 ・1つの初濃度に対し、最低2回以上実験し、再現性を確認することを指導した。特に状態分岐図中の異なる振動停止の間の境界は、念入りに調べさせた。
結果の処理 理科の 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・一旦振動が停止し、定常状態を経た後、再び振動する初濃度の組合せがあった。 	<ul style="list-style-type: none"> ・振動が復活する現象について、同じ濃度で再現性を確認するだけでなく、少し濃度を変えた時どうなるかも調べさせた。
考察・推論 理科の 見方・考え方 数学的な 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・得られたデータを状態分岐図にしてみると、臭素酸ナトリウムが高濃度のときは高電位の酸化定常状態で停止し、マロン酸が高濃度のときは低電位の還元定常状態で停止し、その境界の濃度のときに振動の復活が起こることがわかり、とても驚いた。 ・BZ 反応の停止と復活について、特に論文にする際、先行研究がないかどうか、文献を調べて確認した。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ある程度データが蓄積したところで、横軸にマロン酸の初濃度、縦軸に臭素酸ナトリウムの初濃度をプロットした状態分岐図を作ってみよう助言した。 ・得られた状態分岐図が予想以上に明解な結果で生徒と一緒に驚いた。 ・自分たちの課題研究のどこに新奇性があるのかを先行研究から明らかにするように助言した。
新たな展開	<ul style="list-style-type: none"> ・BZ 反応の停止と復活に関係すると考えられる他の条件（フェロインの濃度、攪拌速度、温度など）について探究する。 ・BZ 反応の漸化式が、他の現象の記述に役立つのかを調べ、どのような現象の記述に同様の漸化式が現れるかを探究する。 	

生徒の探究の概要

設定した課題

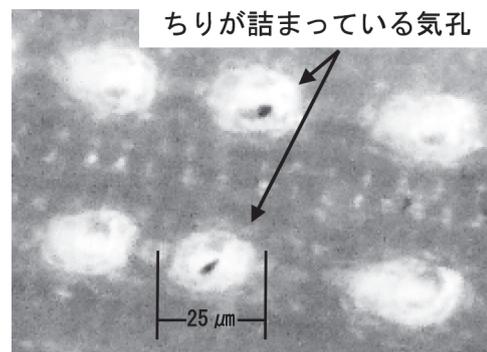
マツの葉の汚染率は空気中のちりの量の指標となるか

探究の目的

マツの葉の気孔におけるちりの詰まり方（観察した気孔のうち、ちりが詰まっている気孔の割合（%）、以下、マツの葉の汚染率）は、空気中のちりの量の指標となるかということを確認するために、マツの葉の汚染率と同所の空気中のちりの量を調べ、両者の間に相関関係があるかを検証する。

用いた方法

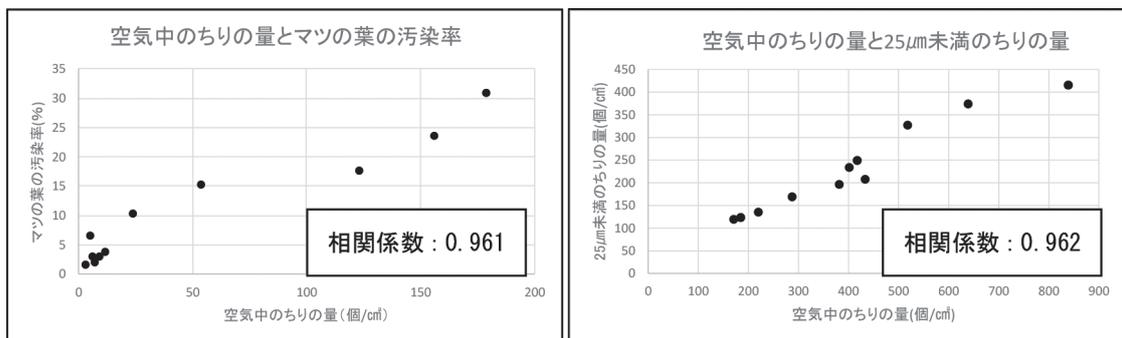
環境の異なる 11 地点で、スライドガラスに付着した空気中のちりの量（個/cm²）とマツの葉の汚染率を測定した。また、別の日に、同一の 11 地点で空気中のちりの量（個/cm²）と、そのうちマツの葉の気孔に詰まる大きさのちり（25μm 未満、以下、小さいちり）の量（個/cm²）を測定した。これらのデータを基にして、①空気中のちりの量とマツの葉の汚染率、②空気中のちりの量と小さいちりの量との各関係をグラフにし、相関関係を調べた。



マツの葉の汚染率(%)=
(詰まっている気孔数/観察した気孔数)×100

得られた結果

- ① 空気中のちりの量とマツの葉の汚染率の間には、高い相関(相関係数:0.961)がある。
- ② 空気中のちりの量と小さいちりの量の間には、高い相関(相関係数:0.962)がある。



考察・推論

①及び②の結果から、空気中のちりの量に対して、マツの葉の汚染率及び小さいちりの量ともに高い相関がみられたことから、マツの葉の汚染率は、各地点における、空気中のちりの量を相対的に比較する指標となると言える。また、小さいちりは、空気中のちりのうち一定の割合を占めることも分かった。

生徒の状況及び教師の指導助言等

各過程 <small>生徒が働かせた 見方・考え方</small>	生徒の状況	教師の指導助言等
課題の把握 <small>理科の 見方・考え方</small>	<p>・小学校時代、マツの葉の気孔に詰まるちりの割合（マツの葉の汚染率）による、大気汚染の調査を体験したが、本当にマツの葉の汚染率で大気汚染の状況が測れるか確かめたいと思った。</p>	<p>・「大気汚染」という言葉が抽象的であるため、「大気汚染とは具体的に何を示すか」と疑問を投げかけた。</p>
課題の設定 <small>理科の 見方・考え方</small> <small>数学的な 見方・考え方</small>	<p>・マツの葉の気孔に詰まるのは、空気中のちりであるとの見解から、「大気汚染」を「空気中のちりの量」で測定することとし、マツの葉の汚染率と空気中のちりの量に相関があるかを確かめる課題を設定した。</p>	<p>・用い方の曖昧な語が具体化されたことによって、検証において定量化が可能となる課題となったことを評価した。</p>
仮説の設定 <small>理科の 見方・考え方</small>	<p>・「マツの葉の汚染率と空気中のちりの量との間には相関関係がある」との仮説を立てた。</p>	<p>・仮説の設定理由を尋ねたところ、課題に即した仮説を設定したとの回答があった。</p>
検証計画の立案 <small>理科の 見方・考え方</small> <small>数学的な 見方・考え方</small>	<p>・はじめに、「マツの葉の気孔にちりが詰まる」状態の定義を少量でもちりが観察できたら「詰まっている」と定義した。</p> <p>・マツの葉の採集場所として任意の11地点を設定し、空気中のちりはワセリンを塗ったスライドガラスで採取するなどの研究計画を立てた。</p> <p>・空気中のちりの数を数えるに当たって、ちりの大きさが様々であり、マツの気孔に入らない大きいちりがあることに気付いた。</p> <p>・マツの気孔の大きさを測り、空気中のちりの量の測定に加えて、マツの気孔の大きさ（25μm）よりも小さいちりの量も測定することとした。</p>	<p>・「ちりが詰まる」定義を設定したことについて、このような定義を検証前に行うことが重要であると助言した。</p> <p>・葉の採集位置及び枚数、空気中のちりの採取位置及び時間などの条件設定が不十分であったので、条件設定を詳細に考えるよう助言した。</p> <p>・空気中のちりについて、マツの気孔の大きさに着目して、大きさの観点を入れたことを評価した。</p> <p>・採集サンプル数について、信頼性のあるデータを得るために十分な量であるか、また、各採集場所での測定方法の統一性がとれているかなどを確認させた。</p>
結果の処理 <small>理科の 見方・考え方</small> <small>数学的な 見方・考え方</small>	<p>・空気中のちりの量、マツの葉の汚染率、25μm未満のちりの量の各測定データについて散布図で確認し、相関係数を求めることが適切であることに、試行錯誤の後、気付くことができた。</p>	<p>・生徒の試行錯誤の状況を見て、統計処理に関する書籍を提示し、参考にしよう助言した。</p> <p>・結果の処理方法について、分かりやすく整理されていたことを評価した。</p>
考察・推論 <small>理科の 見方・考え方</small> <small>数学的な 見方・考え方</small>	<p>・空気中のちりの量、マツの葉の汚染率、25μm未満のちりの量との各関係に高い相関があることが分かったが、仮説が支持されたということをどう表現すれば良いか迷っていた。</p>	<p>・以下の2点を確認させ、段階的に文章化しよう助言した。</p> <p>①結果を「根拠」として、明らかになったことは何か。</p> <p>②自分が聞き手側に立って、どのように説明されれば納得できるか。</p>
理数探究としての意義	<p>・マツの葉を用いた同様の調査は、主に小学校や中学校での大気汚染に関する学習で行われているが、科学的根拠を示す先行研究はそれほど多くはない。そこで、本探究の成果を公表することで、同様の調査における科学的根拠を示すデータとして活用してもらおうことができると考えられる。</p>	

生徒の探究の概要

設定した課題

新生代第四紀の地層から産出する化石を用いて、当時の環境を明らかにする

探究の目的

新生代第四紀は氷期と間氷期を繰り返した地質時代なので、産出する化石から推測される当時の堆積環境が地層の層準ごとに異なるかどうか調べる。

用いた方法

- (1) 関東地方のA市の露頭で、地層の観察を行った後、3つの異なる層準から化石を採集した。
- (2) 第四紀の化石のほとんどは現生種であるので、現生の貝類図鑑などを参考に同定を行い、さらに、貝類の種ごとに現在の垂直（深度）、水平（緯度）分布を調べた。
- (3) 採集した貝類化石が、現在のどの辺りの海の貝類群集に相当するかを推定した。

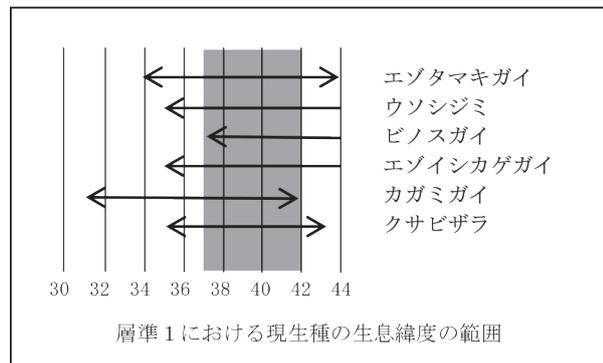
得られた結果

層準1から産出した貝類の全てが現在生息している緯度の範囲は、北緯37°～42°である。この緯度は福島県沖から津軽海峡付近に相当する。同様の方法で、他の層準についても調べた結果、1種を除き、層準2は北緯37°～42°、層準3は北緯37°～42°となった。3つの層準で比べると層準3から産出した貝化石の組合せが異なった。

深度については、多くの化石がN₁の上浅海帯（水深20～30mまで）に分布するものであり、汽水域のものが1種含まれていた。

貝の名称	深度分布	緯度分布	産出数		
			層準1	層準2	層準3
エゾタマキガイ	N ₁	34°～44°	11	8	1
ウソシジミ	?	35°～45°	9	10	
ピノスガイ	N ₁	37°～45°	6	4	
エゾイシカゲガイ	?	35°～71°	1	1	
カガミガイ	N ₀ -N ₁	31°～42°	2	2	3
ヌマコダキガイ	BrW	43°～		19	6
クサビザラ	N ₁	35°～43°	5	8	14
オキアサリ	N ₁	31°～42°			6
その他			7	6	5
同定できなかった化石			3	3	6

BrW:汽水域 N₀:潮間帯 N₁:上浅海帯(水深20～30mまで)



考察・推論

層準1, 2は福島県以北の貝群集なので、地層ができた時代は現在よりも寒かったと推測される。ただし、層準2, 3では、北緯43°以北でのみ生息する貝と、北緯42°以南でのみ生息する貝が同時に産出した。そこで、再度同定を行ったが、どちらの同定にも間違いはなかった。汽水域を生息範囲とする1種が、死後運搬されて混入したものであると推論した。

生徒の状況及び教師の指導助言等

各過程 生徒が働かせた 見方・考え方	生徒の状況	教師の指導助言等
課題の把握 理科の 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・自然環境の変化について、化石を用いて調べたいと考えていた。 ・中学校の授業で行った地層の観察で、多くの種類の貝化石が産出したことから、それらを調べたらその化石が生きていた当時の環境が推測できるのではないかと考えた。 	<ul style="list-style-type: none"> ・「自然環境」という言葉は幅広く用いられるため、何を調べたいか考えさせた。 ・化石が産出する場所について調べるよう助言した。
課題の設定 理科の 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・A市に露出する地層の複数の層準から産出する化石を用いて、新生代第四紀の寒暖や水深の変化を探るという課題を設定した。 	<ul style="list-style-type: none"> ・課題が具体的になってきたことを評価し、新生代第四紀に関わる資料を幾つか紹介した。
仮説の設定 理科の 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・新生代第四紀は大きな気候変動が何度もあった時代なので、化石から推測される水温や水深などが地層の層準ごとに異なるのではないかとという仮説を立てた。 	<ul style="list-style-type: none"> ・新生代第四紀という地質時代の自然環境の特徴に注目して仮説を考えさせた。
検証計画の立案 理科の 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・仮説を立てたが、どのような方法で寒暖や水深を推測すればよいのかが分からなかった。 	<ul style="list-style-type: none"> ・新生代第四紀の化石のほとんどが、現在も生息している種と同じなので、それらの生息範囲を基に推測できることを助言した。
結果の処理 数学的な 見方・考え方 理科の 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・調査結果をどのような形で処理したら良いのかが不明であった。 	<ul style="list-style-type: none"> ・生息緯度や水深の共通範囲に着目し、調査結果を処理するよう助言した。
考察・推論 理科の 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・調査結果を基に、どのように考察したら良いのかが曖昧であった。 ・緯度や水深の結果を図にまとめたところ、同一の地層から産出した化石が示す水温に、矛盾する結果が現れることに気付いた。 	<ul style="list-style-type: none"> ・当初設定した仮説を検証するために、自分たちの調査結果から何がどこまで推測できるのかを考えさせた。 ・化石の同定の再検討、貝の生息水深の比較、保存状態を基にした死後運搬の可能性を検討するよう助言した。
新たな展開	<ul style="list-style-type: none"> ・この内容をより発展させ、地層の複数の層準から産出する化石を基に、自然環境を推測するなど、より深い探究につなげることができる。 ・化石標本の大きさや形などを測定し、その変化について統計的に考察するなどの展開も考えられる。 	

生徒の探究の概要

設定した課題

風洞装置を使って紙飛行機の揚力について調べる

探究の目的

航空ショーで飛行機の曲芸飛行を見たとき、どうしてあんなに重い飛行機が飛ぶのだろうかと疑問に思ったので調べてみると、揚力という力がカギになっていることが分かった。そこで、揚力について調べる。

用いた方法

- (1) 折り紙の紙飛行機、競技用の紙飛行機、それらを支えるスタンドを製作した。仮説として、風の強さが大きくなれば、その分だけ揚力も大きくなり、電子てんびんの値も小さくなるとした。
- (2) 図1のように、扇風機、電子てんびんにスタンドで固定した紙飛行機を配置し、実験1として、扇風機の風をあてる強さを変えて、電子てんびんが示す値を調べた。その際、スタンドをのせてゼロ点調整を行った。
- (3) また、図2のような風洞装置を製作して、同様にして実験2を行った。その際、吹き流しを設置し、風洞装置の外側には風が吹いていないこと確かめた。
- (4) 次に、風量と風の流をより安定させるため、ストローを束ねて風洞装置の風の吹き出し口に敷き詰めて、図3のようにして、実験3を行った。



図1 実験1の様子

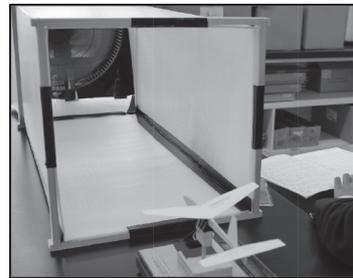


図2 実験2の様子

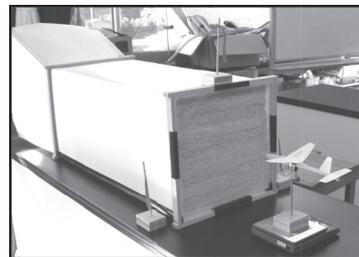


図3 実験3の様子

得られた結果

扇風機の風を紙飛行機に当てると、電子てんびんの値は一定の値を示さず、ある範囲の値を示す。そこで、最大値と最小値を記録した。図4は、実験3における、風の強さに対する電子てんびんの値を示したものである。

考察・推論

実験1、2では、風の当たり方が不安定になり、紙飛行機を抑える風などの影響により、電子てんびんの値が風を当てないときよりも大きくなることがあった。ストローを用いた実験3では、実験結果によって仮説が支持され、風の強さが強くなるほど電子てんびんを示す値が小さくなり、揚力が大きくなることが分かった。この後、風速の違いによる、飛行機の翼が水平面とのなす角と揚力との関係について調べる実験を計画した。

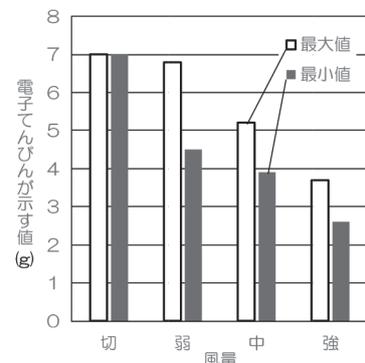


図4 実験3の結果

生徒の状況及び教師の指導助言等

各過程 <small>生徒が働かせた 見方・考え方</small>	生徒の状況	教師の指導助言等
課題の把握 <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 揚力について調べるため、紙飛行機の翼の迎え角（水平面と翼のなす角）と飛行距離との関係を調べる実験を計画していた。 	<ul style="list-style-type: none"> 紙飛行機の発射を制御することができないと、迎え角と飛行距離との関係を調べることができないののではないか、飛行距離を調べるだけでは揚力について調べていないののではないかと指摘した。また、「揚力」について、他者に説明できるように助言した。
課題の設定 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 事象を観察し変数を特定し、定量的な関係に着目した。 飛行距離ではなく、風の強さと揚力との関係に絞って調べることにした。 	<ul style="list-style-type: none"> 要因が絞られたことで、実験で調べることができる課題になったと伝えた。一方、実際の実験計画を進める際に、具体的にどのような条件を整える必要があるかを考えさせた。
仮説の設定 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 「風の強さが大きいほど、揚力は大きく働く」と考えた。 揚力の測定方法について調べていた。 	<ul style="list-style-type: none"> 再現性に着目し、「風の強さの制御」、「揚力の測定方法」を考えさせた。その際、2つの穴あき磁石を反発させて、一方が浮いているときの力を電子てんびんで測定する実験を想起させた。
検証計画の立案 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> スタンドに固定した紙飛行機を電子てんびんに置き、風を当てないときと風を当てたときの差を求めることで揚力を調べることにした。 折り紙飛行機と競技用紙飛行機の2種類を作成した。 扇風機の風の強さを大きくしても、倒れないスタンドを作成した。 実験1では、扇風機の風を直接当てて強さを変化させる実験を行った。実験2では、直方体の筒型風洞装置を作成した。実験3では、ストローを束ねて、風洞装置の整流部に装着した。 	<ul style="list-style-type: none"> 探究を行うために必要な実験機材、購入する材料などを提出させた。 揚力を測定するため、再現性や条件制御を考慮し、飛行が安定している飛行機を作成するように助言した。 複数回の実験を通して、再現性を確認するよう助言した。 乱れない風をつくる工夫をするよう助言した。 風によって、スタンドが傾いたり、移動したりすることがないかなど、測定時の条件を考えさせた。
結果の処理 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 実験1, 2では、扇風機の風の乱れが影響して、電子てんびんの値が仮説とは異なる値を示した。 実験3でストローを用いることで、電子てんびんの値が安定し、図3の結果が得られた。 	<ul style="list-style-type: none"> 複数回の測定を通して、測定値の散らばりなどについて助言した。 紙飛行機に働く風の向きの影響について考えさせた。
考察・推論 <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 風洞装置を工夫することで安定した風を当てることができた。 測定結果から、仮説が検証された。 	<ul style="list-style-type: none"> 風の強さと揚力との関係が分かりやすい図を作成すること、探究の過程を分かりやすく説明すること、先行研究を踏まえて自分たちの探究の価値を説明することなどを助言した。
その後の探究の展開	<ul style="list-style-type: none"> 高さの異なる4種類のスタンドを作成し、それぞれで揚力を調べた。 風速計を購入し、飛行機の迎え角（翼が水平面となす角）と揚力との関係について調べた。 発射装置を作成し、実際に紙飛行機を飛ばして、迎え角と飛行の様子を調べた。 	

生徒の探究の概要

設定した課題

窓の熱伝導によって夏の夜間の室温を効率的に下げる方法を探る

探究の目的

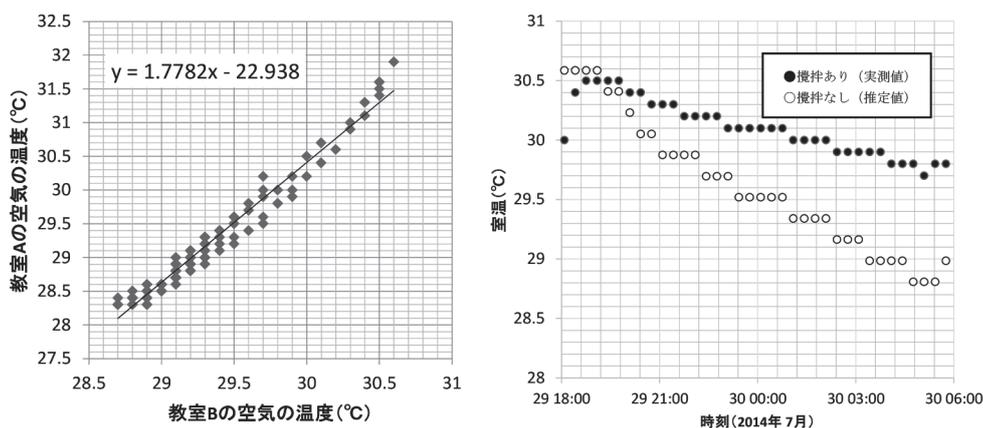
一般的に屋外では夜間、放射冷却によって気温が下がる。一方、夜間に閉め切った屋内においても気温が下がるが、室温低下の主たる要因は屋外との温度差による熱伝導である。ここで電気代を節約するために、空調を使用せずに夜間の室温を下げようとしたとき、熱伝導が生じやすい窓ガラスによって空気を冷却させることが考えられる。この探究では、屋内の窓ガラスに接する空気を強制的に攪拌させることで、攪拌させないときと比べ夜間の室温が低下するかどうかを確かめる。

用いた方法

実験は5階建て校舎の3階の教室（教室A）で行った。室温は教室の机上で測定した。空気を強制的に攪拌させるために、天井付近の空気を、扇風機を用いて窓に当てるようにした。この時の室温変化と比較するために、隣の教室（教室B）の室温を用いて攪拌がない時の教室Aの室温変化を推定した。推定には、あらかじめ教室A、Bにおいて、攪拌しないときの夜間の室温を測定し、その結果の相関から得た換算式を用いた。

得られた結果

教室Bの室温から教室Aの室温を推定する式が得られた。次に、この式を用いて攪拌させなかった場合の教室Aの室温を推定し、攪拌させた場合の実測値と比較したところ、攪拌させた場合の室温の方が、低下率が小さかった。



考察・推論

夜間に部屋の空気を攪拌させると、室温は下がりにくくなることが分かった。この結果は次のように考えられる。窓は教室の壁の中ほどの高さに位置するため、攪拌がない場合は、天井付近には暖かい空気が滞留しており、窓の高さ以下の空気だけが冷却される。しかし、攪拌すると暖かい空気も冷却されることになるため、机上の空気の温度が下がりにくくなる。温度測定地点を机上以外にも増やすことで、この説明の検証が可能である。

生徒の状況及び教師の指導助言等

各過程 <small>生徒が働かせた 見方・考え方</small>	生徒の状況	教師の指導助言等
課題の把握 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・自然環境を利用した省エネに関する研究がしたいと考えていた。 ・実施時期が夏であったので学校の空調の使用電力を抑えたいと考えた。 ・省エネを数値化する方法を考えた。 	<ul style="list-style-type: none"> ・省エネという言葉は抽象的であり、具体的にどういった点で、効率化を図りたいかということを考えさせた。 ・具体的にどの時間帯を対象とするかを考えさせた。また、気温の日周変化の要因について調べさせた。
課題の設定 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・夜間の教室の室温がどのように低下するかを探究することにし、放射冷却と熱伝導のどちらが夜間の室温を下げることに効果があるかを検討することにした。 ・計算の結果、放射冷却よりも熱伝導による冷却の効果が大きいことが分かった。 	<ul style="list-style-type: none"> ・教室の室温変化は実測できるが、放射冷却については測定が難しいので、簡単なモデルをつくり、計算した方がよいと助言した。 ・放射平衡の考え方や熱伝導の考え方に関する書籍を紹介した。
仮説の設定 <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・室内の空気を攪拌させる方が熱伝導による冷却効果が大きくなるのではないかという仮説を設定した。 	<ul style="list-style-type: none"> ・根拠に基づいた仮説が設定できていることを評価した。
検証計画の立案 <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・夜間、攪拌をする場合としない場合で、室温低下率が異なるかを調べることにした。 ・空気を攪拌させていない他の教室の結果と比べることにした。 	<ul style="list-style-type: none"> ・天気や外気温の影響があるので実験日が異なる結果を単純には比較できないことを伝えた。 ・他の教室と室温の変化が同じになるという確証がないことを伝えた。
結果の処理 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・何回か測定したところ、温度差があったため、手法を再検討しようとした。 ・測定結果をグラフにまとめたところ、2つの教室の室温の関係が一次関数で表せると仮定しても無理がないことに気付いた。 ・実験の結果、予想に反して攪拌した方が、室温が高くなった。 	<ul style="list-style-type: none"> ・測定結果をグラフにまとめさせ、片方の教室からもう片方の教室の室温が推定できると考えればよいという気付きが生じるまで待った。 ・生徒の気付きを評価し、その結果を用いて、実験を進めるよう促した。
考察・推論 <small>数学的な 見方・考え方</small> <small>理科の 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・実験が失敗したと考え、もう一度やり直そうとした。 ・空気の流れのモデル図を書き、自然冷却と強制攪拌をした場合とで、冷やさなければならぬ空気の量に違いがあることに気付いた。 	<ul style="list-style-type: none"> ・何か見落としがないかを検討させた。 ・「教室の中で温度が高い空気はどこにあった？」「水を容器の横から冷やしたらどうなる？」などの質問をして、得られた結果を説明できる別のモデルを考えるよう助言した。
新たな展開	<ul style="list-style-type: none"> ・空気全体の温度を変化させるよりも、生活する範囲のみの空気の温度を制御する方法、例えば夏季においては教室の下側の空気を夜間に効果的に冷却する方法などの、新たな課題を探究することも考えられる。 	

生徒の探究の概要

設定した課題

金平糖^つの角の形成過程の数理モデルを作成する

探究の目的

金平糖を作る過程で自然にできる角の形成過程を数理モデルで再現し、そのメカニズムを解明する。

用いた方法

固体物理の文献を基に金平糖の角の形成過程を確認して、数理モデルを作成してシミュレーションを行い、実際の金平糖と比較する。

得られた結果

固体物理の文献によると、核となる種粒子の表面にシヨ糖粒子が付着し結晶化することによって突起が生まれ、角に成長する。私たちの仮説は、種粒子を球と仮定して、角の形成過程は次の仮定によって説明できるというものである。

- (i) 突出した部分ほどシヨ糖粒子が付着しやすく、高くなりやすい
- (ii) 周囲とある程度高低差がつくとならされる（崩壊）

簡単のため金平糖の断面で考える。種粒子を正円と仮定し周を N 等分し、時刻 t 、地点 n の高さを $a_{n,t}$ 、シヨ糖粒子の付着しやすさを $p_{n,t}$ とすると、(i)、(ii)を満たす式の一例が

$$(i) \quad p_{n,t} = k \frac{a_{n,t}}{\sum_{i=1}^N a_{i,t}}, \quad b_{n,t} = \begin{cases} a_{n,t} + 1 & (p_{n,t} > Q_{n,t}) \\ a_{n,t} & (p_{n,t} \leq Q_{n,t}) \end{cases}$$
$$(ii) \quad a_{n,t+1} = \begin{cases} b_{n,t} - \beta & (b_{n,t} - b_{n+1,t} \geq \alpha \text{ or } b_{n,t} - b_{n-1,t} \geq \alpha) \\ b_{n,t} & (b_{n,t} - b_{n+1,t} < \alpha \text{ and } b_{n,t} - b_{n-1,t} < \alpha) \end{cases}$$

である。ここで、単位時間当たりにつく粒子の総数の期待値が k 、崩壊が起きるときの閾値が α 、崩壊する粒子の個数が β 、 $Q_{n,t}$ は $0 \leq Q_{n,t} \leq 1$ を満たす乱数である。

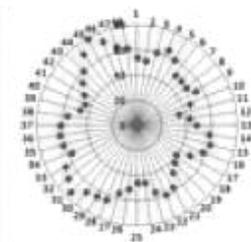


図1 数理モデルによる金平糖の断面
 $k = 3, \alpha = 14, \beta = 9, N = 48$

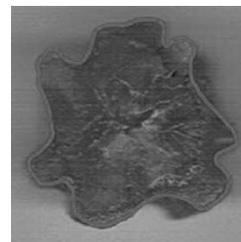


図2 実際の金平糖の断面

考察・推論

数理モデルによる金平糖の断面（図1）と実際の金平糖の断面（図2）が類似していることから、金平糖の断面の特徴を再現することができたと言える。また、金平糖の角の形成のメカニズムを説明するモデルを作ることができた。

生徒の状況及び教師の指導助言等

各過程 <small>生徒が働かせた 見方・考え方</small>	生徒の状況	教師の指導助言等
課題の把握 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 先輩が行った風紋に見られる周期的なパターンを数学的アプローチで説明した研究に興味をもち、同じ手法を用いて解析できそうな現象を探すことから始めた。 	<ul style="list-style-type: none"> 風紋の形成過程では、「より高い位置にある砂粒ほど遠くへ飛ぶ」、「傾斜が大きいときには砂粒は高い方から低い方に転がる」という2つの仮定から数理モデルを作成していたので、あまり複雑な条件がなさそうな現象を探すように提案した。
課題の設定 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 「突出した部分ほど糖蜜が付着しやすくより突出しやすい」、「周囲とある程度高低差がつくと突出した部分が削れる」という2つの仮定から数理モデルを作成し、再現性を検証するという目標を設定した。 	<ul style="list-style-type: none"> 金平糖の角の形に着目すると、先輩が行った数理モデリングの手法を使えそうであると助言した。 数理モデルを用いて金平糖の断面の形状を再現することで、角形成のメカニズムを説明できればよいと助言した。
仮説の設定 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 金平糖の角がどのようなメカニズムで形成されているのかを解明することを目標に設定した。 	<ul style="list-style-type: none"> 2つの仮定から数理モデルを作成する方法を助言した。
方法 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 金平糖の製造過程の観察から始めた。 工場に協力を依頼し、形成過程のサンプルをもらった。 角の形成過程を2つの仮定で説明できるという仮説を立てて数理モデルを作成し、数値シミュレーションを行った。 	<ul style="list-style-type: none"> 金平糖の角は球面上にあるが、単純化、理想化して断面の形状を再現するという2次元で扱う方法を提案した。 グループのメンバーが7人いたため、役割分担を明確に行うよう助言した。
結果 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 作成した数理モデルが妥当であることを検証する方法、数理モデルから何が言えるのか、迷いがあった。 	<ul style="list-style-type: none"> 数理モデルから角形成のメカニズムをどのように説明するのか問いかけた。 数理モデルが妥当であることを検証する方法を提案した。
考察・推論 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> 1年半かけて取り組んだ内容を、限られたページ数の中でどのように表現するのが難しく感じた。 	<ul style="list-style-type: none"> 2つの仮定から角の形成過程を説明できること、数値シミュレーションの結果と比較して数値モデルが妥当であることが検証できたことを中心にするよう助言した。 先行研究で何がどこまで明らかになっているのかを把握し、論文に本研究の独自性を記述するように助言した。
新たな展開	<ul style="list-style-type: none"> 同様の手法で数理モデルを作成できる事象は他にもあると考える。更に事象を広げ数理モデルを作成し、同様の数理モデルについては共通点などについて探究をすることが考えられる。 	

生徒の探究の概要

設定した課題

新たな二項演算を見いだす

探究の目的

四則演算以外に「使い勝手のよい」二項演算があれば、これまで複雑な記法が必要だった式も簡潔に表せるのではないか。そのような演算を見いだす。

用いた方法

乗法は加法を繰り返したものであり、かつ、分配法則を満たす。通常繰り返しの回数は自然数でしかないが分配法則は実数全体で成り立つので、後者を「使い勝手のよさ」の候補とした。具体的には、「使い勝手のよい」演算とは、既知の演算（加法，乗法）とともに体を成すものだと定め、それを満たす演算が存在するか非自明な次の場合を考察した：

0以外の全実数の集合を \mathbb{R}^\times とし、通常の乗法を \cdot とするとき、 $(\mathbb{R}^\times; \cdot, \wedge)$ を体にするような演算 \wedge が存在するか。即ち、5つの条件

1. 全ての $a, b \in \mathbb{R}^\times$ に対して、 $a \wedge b = b \wedge a$ （交換法則）
2. 全ての $a, b, c \in \mathbb{R}^\times$ に対して、 $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$ （結合法則）
3. 全ての $a, b, c \in \mathbb{R}^\times$ に対して、 $a \wedge (b \cdot c) = (a \wedge b) \cdot (a \wedge c)$ （分配法則）
4. ある $\epsilon \in \mathbb{R}^\times$ が存在して、全ての $a \in \mathbb{R}^\times$ に対し、 $a \wedge \epsilon = \epsilon \wedge a = a$ （この ϵ は唯一つに定まり、 $(\mathbb{R}^\times; \cdot, \wedge)$ の単位元と言う）
5. $a \neq 1$ である全ての $a \in \mathbb{R}^\times$ に対して、それぞれある $a' \in \mathbb{R}^\times$ が存在し、 $a \wedge a' = a' \wedge a = \epsilon$ （但し ϵ は条件4で定めた単位元。この a' を (\wedge) に関する a の逆元と言う）を満たす演算 \wedge を \mathbb{R}^\times 上に定義できるか。

これらの条件から「 $a \wedge b = 1 \implies a = 1$ または $b = 1$ 」が導かれる（このとき $(\mathbb{R}^\times; \cdot, \wedge)$ は整域という）。また、 $(-1) \wedge (\epsilon \cdot \epsilon) = 1$ も成り立つ。ここで、 $-1 \neq 1$ より $\epsilon \cdot \epsilon = 1$ が従う。更に $\epsilon \neq 1$ が分かり、 $\epsilon = -1$ となる。これを条件3の式に $b = c = \epsilon = -1$ と代入すると、全ての $a \in \mathbb{R}^\times$ に対して $a \cdot a = 1$ となる。

これは矛盾であり、仮定を満たす演算は存在しないと分かった。

得られた結果

$(\mathbb{R}^\times; \cdot, \wedge)$ を体にするような演算 \wedge は存在しない。

考察・推論

通常四則演算がよくできていることが分かった。また、上の結果は、実数体では $1 \neq -1$ であることから $1 = -1$ となって生じるものである。

「使い勝手のよい」二項演算を見いだすことはできなかったが、具体的な事例として、 $(\mathbb{R}^\times; \cdot, \wedge)$ を体にするような演算 \wedge は存在しないという証明ができた。体についてより理解を深め、 $1 = -1$ である体（標数2の体）ではどのような結果が導かれるのかを確かめたい。

生徒の状況及び教師の指導助言等

各過程 <small>生徒が働かせた 見方・考え方</small>	生徒の状況	教師の指導助言等
課題の把握 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・階乗の記号「$!$」を知ったときに、$1+2+\dots+n=n(n+1)/2$のように、乗法よりも「上位」の演算を使えば「$!$」を使わなくても済むのではないかと思った。 	<ul style="list-style-type: none"> ・階乗の表記方法としては広義積分を用いた Γ (ガンマ) 関数があるが、そのことについては必要な時期が来るまで触れずにおくことにした。
課題の設定 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・使い勝手のよい新たな二項演算を探すことにした。 	<ul style="list-style-type: none"> ・「使い勝手がよい」ことについて、他者への説明も重視し、どんなモチベーションで何をしようとするかを言語化するよう助言した。
仮説の設定 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・$1+2+\dots+n=n(n+1)/2$ と同じように、左辺が積のとき右辺に相当する場合の演算が存在するという仮説を立てた。 	<ul style="list-style-type: none"> ・「積のときに右辺に相当する」とは何かを問いかけた。
検証計画の立案 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・かつて「かけ算はたし算を繰り返したもの」と習ったことを思い出し、乗法の繰り返しである累乗が乗法の「上位」に来る演算として適切ではないかと考えた。 ・累乗は交換、結合法則を満たさないことに気付いた。 ・代わりに、指数、対数法則から逆算して「上位」の演算を新たに定義した。 ・加法、乗法は実数全体で定義されるが、新しい演算は対数を用いているため正の実数でしか定義されないことに気付いた。 ・中間発表で交流したところ、「体」という概念を知り、探し求めているのはそれであると確信し、「積に相当する演算」の意味を確定した。 	<ul style="list-style-type: none"> ・本人の理解の整理や、伝える練習、助言の獲得のためにも、数学仲間と交流するよう促した。 ・加法と乗法の関係として、指数、対数法則もあることを助言した。 ・法則を見付けることには価値があると励ました。 ・他人に伝える難しさを知ることは収穫だと伝えた。 ・相手に伝わっているかどうか、丁寧に確認しながら発表するよう助言した。
結果の処理 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・実数体とは別に有限体でも同じことを考え、具体的に手を動かして計算すると、規則が見えてきた。 ・実数体でも同じ規則があることを確認し、0以外の全実数の集合において乗法の「上位」に来る演算は存在しないことが分かった。 	<ul style="list-style-type: none"> ・仮説と反対の結果が出たが、その結果から分かることを考えさせた。
考察・推論 <small>数学的な 見方・考え方</small>	<ul style="list-style-type: none"> ・通常の四則演算の「優秀さ」を実感した。 ・今回の結果は、実数体において、$1 \neq -1$であることから生じていると認識した。 	<ul style="list-style-type: none"> ・発表の仕方を工夫して全体を発表するよう助言した。
新たな展開	<ul style="list-style-type: none"> ・問題意識にしたがって課題を更に発展させることと、得られた結果の意味について改めて考察する。 	