

## 事例 1 3 3年 関数 $y = a x^2$ 「関数 $y = a x^2$ の変域」

### (1) JSL 生徒に対してこの課題を実施するねらい

この授業では、2乗に比例する関数について、一方の変数の変域に対するもう一方の変数の変域を求める。2乗に比例する関数の変化の様子は1次関数と異なっているため、通常の生徒でも簡単な内容ではない。それは、一次関数の変化の割合が一定である（グラフ上では直線）のに対して、2乗に比例する関数の変化の割合が一定ではない（グラフ上では曲線）からである。さらに、海外では、関数について深く学んでない場合がほとんどであるため、この学習で初めて関数について学ぶ JSL 生徒にとっては、関数の基礎事項について学ぶ機会と捉えることもできる。

### (2) 既習事項の確認

指数を含む計算	代入
大小関係	不等号
変域	x-y 座標平面に関わる用語・意味, グラフの意味
関数 (変化, 対応, 変数, 定数)	比例, 反比例
座標	一次関数

★ 関数の意味, 変数・変域といった考え方が, 既習であっても完全には定着していない生徒は, この課題をこなしながら, 再度, 関数について基本的なことを確認する。

### (3) 留意したい語彙・表現・言い回し

#### 数学科の表現

「～について」 →  $y = 2x + 3$  について,  $x$  の変域が次のそれぞれの場合の  $y$  の変域を求めましょう。

「～について」という表現の意味は？  
 「次のそれぞれの場合」とは？  
 「 $y$  の変域を求めましょう。」という指示との関係は？

むずかしいなあ

$y = 2x + 3$  について,  $x$  の変域が次のそれぞれの場合です。  $x$  が①のとき/②のとき…  
 の  $y$  の変域を求めましょう。

$y$  は？ と言い換える。

(4) 数学的な考え方と学習活動の流れ

関数の変域		〈3年〉【関数 $y = a x^2$ 】							
課 題	関数 $y = x^2$ について、表やグラフを参考にしながら、 $x$ の変域が次の①～④の場合について、 $y$ の変域を求めなさい。	① $3 < x < 5$ ② $2 < x \leq 6$ ③ $-3 < x < -1$ ④ $-4 \leq x < -3$							
数学的な考え方		1	2	3	4	5	6	7	8
						○		○	

目 標	一次関数における2変数それぞれの変域に関する既習事項をもとにして、 $y$ が $x$ の二乗に比例する関数の、2変数それぞれの変域について理解する。また、 $y$ が $x$ の二乗に比例する関数の2変数それぞれの変域について一方から他方を求めることができるようになる（本時では、 $x$ の変域から $y$ の変域を求める）。
-----	---

■ 活動の流れ

数学的な考え方	学習活動
<p>7 表・式・グラフに表現したり、よみとる</p>	<p>① 関数 <math>y = x^2</math> について、式から表やグラフを作成する。この表やグラフから値を読みとって、<math>y</math> の変域を求める。</p> <p style="text-align: center;">↓</p>
<p>7 表・式・グラフに表現したり、よみとる</p> <p>5 一般化する</p>	<p>② 関数 <math>y = -2x^2</math> について、式から表やグラフを作成する。<math>x</math> の変域が「正のみ」または「負のみ」の場合について、この表やグラフから値を読みとって、<math>y</math> の変域を求める。</p> <p style="text-align: center;">↓</p>
<p>7 表・式・グラフに表現したり、よみとる</p> <p>5 一般化する</p>	<p>③ 関数 <math>y = 2x^2</math> について、式から表やグラフを作成する。<math>x</math> の変域が「正から負」の場合について、この表やグラフから値を読みとって、<math>y</math> の変域を求める。</p>

■ 準備するもの

ワークシート、表やグラフの例、色チョーク



② 関数  $y = -2x^2$  について、式から表やグラフを作成する。 $x$  の変域が「正のみ」または「負のみ」の場合について、この表やグラフから値を読みとって、 $y$  の変域を求める。

「関数  $y = -2x^2$  について、次の各問いに答えなさい。」

(1) 表を完成させなさい。

X	-5	-4	-3	-2	-1	0
Y						

1	2	3	4	5

(2) グラフをかきなさい。

(3) 表やグラフを参考にしながら、 $x$  の変域が①、②の場合について、 $y$  の変域を求めなさい。

- ①  $3 < x < 5$
- ②  $-4 < x < -2$

**【おさえるべき点】**

ここでおさえておくべきポイントは、学習活動①のア)、イ)、ウ)、エ)と同様である。

グラフ略

S :  $-50 < y < -18$

S :  $-32 < y < -8$

△負の数の計算に注意する。

▲以下、「導入」の部分と同様の手順で支援していく。

▲表の意味が理解できているか確認する。

▲座標軸上に点をプロットできるかどうか確認する。

③ 関数  $y = 2x^2$  について、式から表やグラフを作成する。 $x$  の変域が「正から負」の場合について、この表やグラフから値を読みとって、 $y$  の変域を求める。

「関数  $y = 2x^2$  について次の各問いに答えなさい。」

(1) 表を完成させなさい。

X	-5	-4	-3	-2	-1	0
Y						

1	2	3	4	5

(2) グラフをかきなさい。

(3) 表やグラフを参考にしながら、 $x$  の変域が①②の場合について、 $y$  の変域を求めなさい。

- ①  $-2 < x < 4$
- ②  $-3 \leq x < 1$

**【おさえるべき点】**

ここで初めて、「変域」を示す両端の値が実は  $y$  のとりうる最小値と最大値であることを明確に意識する（意識せざるを得ない）という点で、極めて重要。

以下について、一通り説明を与えてまとめておく。

ア)  $y$  の値が、一旦、 $y = 0$  になることに着目し、このことが与えられた  $x$  の変域において  $y$  の最大の値あるいは最小の値になること  
 カ) 上記ア) のことが、 $y$  の変域の一方の境界値を定めること

キ)  $y = 0$  になるということは  $y$  の変域が  $0$  を含むことであるから、不等号は  $<$  ではなく  $\leq$  でなければならないこと

▲「最小値」「最大値」という用語は、必須ではない。「最小の値」「最大の値」という言い方は、教師が説明の中で用いてもよい。

▲色チョークを用いるなどしてグラフを板書しながら、説明によって2変数の変域について視覚的に押さえる。

▲必要なら「変数」「境界値」といった語彙も板書で示す。

△解き方と結果をパターンで暗記することはしない。

重要な点、ア)～キ)について、再度確認する。

教室や生徒の実態に応じて、下向きに開く放物線であるような関数  $y = -x^2$  において  $0$  を含むような  $x$  の変域に対応する  $y$  の変域を求める問題を、宿題などの形で生徒に課すのもよいだろう。

▲重要な点を、ノートに書かせる。  
 ▲説明は自分のことばで書くように指示し、書いたものを読ませて再度意味を尋ねるなどして理解を確認する。