

## 事例 8 2年 図形の調べ方「多角形の内角の和」

### (1) JSL 生徒に対してこの課題を実施するねらい

本課題は、小学校で学習した「三角形の内角の和が  $180^\circ$  である」ことをもとにして、四角形、五角形、六角形の内角の求め方を考え、この考え方を表にまとめる活動を行う。この活動の中で、中学1年までに学習した平面図形の三角形と角度に関する基本を確認しながら学習するよい機会と考える。

また、作った表から一般化して、 $n$ 角形の内角の和を式で表現することが要求される。このような帰納的な思考方法ができるかどうかを確認したい。

### (2) 既習事項の確認

|        |                             |
|--------|-----------------------------|
| 角      | 三角形の内角の和が $180^\circ$ であること |
| 辺      | 多角形（三角形、四角形、五角形、・・・）        |
| 三角形の内角 | 文字で表すこと                     |
| 三角形とは  | 代入                          |

★本課題を進めるにあたっては、中学1年までに学習する三角形・角度の基礎を確認しておく必要がある。図形の基礎を学んでない場合、いろいろな基本の学習を並行して進める必要があるため、一斉授業では、目標に到達できない。そういった生徒はできれば取り出し授業で進めたい。

### (3) 留意したい語彙・表現・言い回し

#### 数学科の表現

「三角形の3つの角の和は何度になるかな？  
また、四角形の4つの角の和は何度になるかな？」

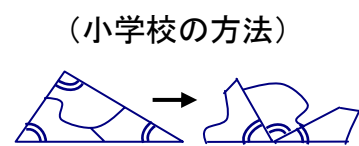
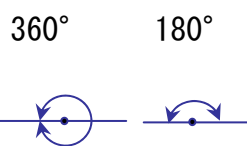
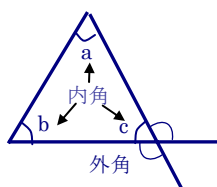
図形の学習をしてこなかった、あるいは、学習の経験が不足しているために、三角形や四角形、辺や角（角度）の概念が理解できず、数学用語と図の関係がわからない。  
また、帰納的に類推することが母語でも十分できない。

三角形の内角の和を求める方法を確認する活動の中で、図をかいたり、作業しながら、今までの学習内容をおさらいする。

<三角形の内角・外角>

<角度の意味>

<三角形の3つの角の和の求め方>



(4) 数学的な考え方と活動の流れ

| 図形の調べ方  |   | 〈2年〉【多角形の内角の和】 |   |   |   |   |   |   |  |
|---------|---|----------------|---|---|---|---|---|---|--|
| 課 題     | 五角形や六角形の内角の和を求める方法を考えよう。この考え方を利用して、 $n$ 角形の内角の和を求める方法を考えよう。 |                |   |   |   |   |   |   |  |
| 数学的な考え方 | 1   | 2              | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |  |
|         | ○   | ○              |   |   | ○ |   | ○ |   |  |

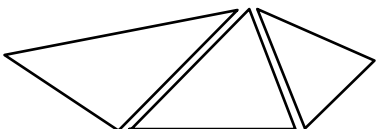
|     |  |
|-----|--|
| 目 標 | <ul style="list-style-type: none"> <li>多角形の内角の和に関心を持ち、それを既知の三角形の内角の性質をもとに調べ、いろいろな方法で確かめようとする。(数学への関心・意欲・態度)</li> <li>多角形の内角や外角の大きさを、いろいろな方法で確かめたり、発展的に考えたりすることができる。(数学的な見方や考え方)</li> <li>求め方の根拠を分かりやすく説明したりすることができる。(数学的な表現・処理)</li> <li>既知の性質を根拠として新しい性質を導くという推論の過程や方法について理解する。(数量、図形などについての知識・理解)</li> </ul> |
|-----|--|

■ 活動の流れ


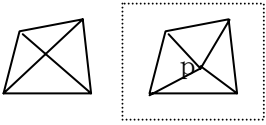
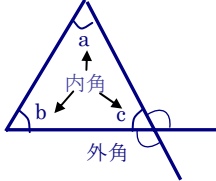

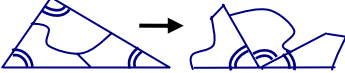
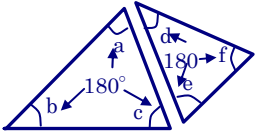
| 数学的な考え方                | 学習活動                               |
|------------------------|------------------------------------|
| 1 類推する                 | ① 三角形，四角形についての知識を五角形，六角形にあてはめる。    |
|                        | ↓                                  |
| 7 図・表・式・グラフに表現したり，よみとる | ② 多角形の内角の和を求める方法をまとめるために表に表す       |
|                        | ↓                                  |
| 2 帰納に推論する<br>5 一般化する   | ③ 多角形の内角の和を求める方法を導き出す。             |
|                        | ↓                                  |
| 7 図・表・式・グラフに表現したり，よみとる | ④ $n$ に具体的な値を代入し，いろいろな多角形の内角の和を求める |
|                        | ↓                                  |
| 1 類推する                 | ⑤ 多角形の内角の和を求める方法を異なる方法で導き出す。       |


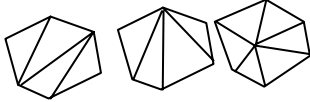
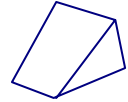
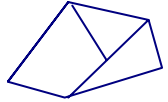
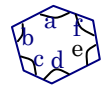
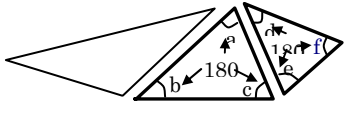
■ 準備するもの

紙，はさみ，定規，分度器，五角形を対角線で分割した三角形



■ 学習活動と具体的な支援の例

|    | 学習活動  | 支援 ▲JSL 支援事項△留意事項  |
|----|---|--|
| 導入 | <p>小学校で学習した、三角形や四角形の内角の和を思い出す。</p> <p>◇三角形の内角の和を思い起こす。<br/>⇒三角形の内角の和=<math>180^\circ</math></p> <p>「四角形の4つの角の和は何度になるかな？」</p> <p>四角形の内角の和が<math>360^\circ</math>である理由の確認</p> <p>△四角形の内角の和を思い起こす。<br/>⇒四角形の内角の和=<math>360^\circ</math></p> <p>△なぜ四角形の内角の和は<math>360^\circ</math>か…<br/>⇒三角形が2つで四角形だから。</p>  <p>⇒三角形が4つあって、<math>360^\circ</math>を引くから。</p>  | <p>△三角形，四角形，多角形の「辺」「頂点」「対角線」等の語彙を確認する。</p> <p>▲母国で学んだ数学的語彙があるかどうか確認する。<br/>生徒の理解を助けるために</p> <p>i. 「線分」，「多角形」，「辺」「頂点」「対角線」，「角」「内角」等の語彙をまとめた参考プリントを準備する。</p> <p>▲操作によって，数学的知識が定着しているかどうか確認する。<br/>言えない場合はii. iii. iv. の補充学習が必要。</p>  <p>ii. 「∠」について，角の表し方・角の読み方，「多角形」「内角」「内角の和」について既知のことばかどうか確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>\angle a</math>，<math>\angle b</math>，<math>\angle c</math> は内角</li> <li>・ 三角形の内角の和=<math>\angle a + \angle b + \angle c</math><br/>↑ 足し算の答</li> </ul> <p>iii. 角の意味が分からない生徒には，分度器でいろいろな物の角度，いろいろな三角形の内角も測らせて理解させる。<br/><math>180^\circ</math> が理解できない生徒に<br/><math>360^\circ</math> は1回転，<math>180^\circ</math> は半回転（直線）の角度についても説明を加える。</p>  <p>iv. 内角の和について分からない生徒には，三角形の内角の和を求めるための実演を行う。</p>  <p>▲生徒から発言がない場合には，「三角形を2つ合わせると何角形になりますか。」等のヒントで生徒の発言を促す。理解に困難がある場合は右のように，四角形を二分した三角形の紙を用意し，実演しながら理解に導く。</p>  <p>▲生徒から下記についての発言がない場合には，考え方の多様性に注目すると混乱を招くので，ここでは触れないで進め，対角線を用いた一連の考え方で理解が深まってから触れてもよい。<br/>⇒三角形が4つあって，<math>360^\circ</math>を引くから。</p> <p>▲対角線を使って，三角形が4つあると考えた生徒には，他の多角形への理解に発展させるために，多角形の内部の任意の1点Pと各頂点を結ぶ方法についても言及する。（展開3参照）</p> |

|      | 学習活動  | 支援 ▲JSL 支援事項△留意事項   |
|------|---|---|
| 展開 1 | <p>① 三角形, 四角形, 五角形, 六角形についての知識を5角形, 6角形にあてはめる。</p> <p>「五角形や六角形の内角の和を求める方法を考えよう」</p> <p>&lt;五角形&gt;</p> <p>⇒ 三角形が3つできるから</p>  <p>&lt;六角形&gt;</p>   | <p>▲ 生徒は板書, あるいはノートに記入しながら発表する。</p> <p>i. 対角線が1本しか引けない。</p> <p>対角線が引けていない四角形に目を向けさせる。</p>  <p>ii. 対角線でない線を引いて分割する。</p> <p>対角線が2つの頂点を結ぶことを再確認する。</p>  <p>▲ ここでは五角形, 六角形等, 辺の数を図にかいて考えられる範囲に留める。</p>  <p>i. 五角形, 六角形について, 「内角」「内角の和」の意味が理解できているか確認し, 言葉の定着を図る。</p> <p>六角形の内角の和 = <math>\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f</math></p> <p>ii. 生徒自身で答えられない場合には, 三角形を3つ, 4つ合わせる操作を経験させその後に, 「五角形の中に線を引くと, 三角形がいくつできますか」等, 再度ヒントを与え, 生徒の発言を促す。</p>  |
| 展開 2 | <p>② 多角形の内角の和を求める方法をまとめるために表に表す</p> <p>「25角形や120角形といった多角形の内角の和をどのようにして求めますか?」</p> <p>S: 図形がかけないから, 求めることができない。</p> <p>S: 三角形の個数が分かれば, 求めることができる。</p> <p>「今までの結果を表にまとめることで, 表を頼りに考えていこう」</p> <p>◇ 表の横軸の項目の確認</p> <p>⇒ 三角形, 四角形……n角形</p> <p>◇ 表の横軸の効果的な項目を考える。</p> <p>⇒ 辺の数*</p> <p>⇒ 頂点の数*</p> <p>⇒ ① 1頂点から引ける対角線の数</p> <p>⇒ ② ①でできる三角形の数</p> <p>⇒ ③ 内角の和</p> <p>⇒ ④ 内部の1点から頂点までの線分数</p> <p>⇒ ⑤ でできる三角形の数</p> <p>⇒ ⑥ 内角の和</p> <p>例えば辺の数との関係から考え, n角形の場合について各項目をnの式で表す。</p> | <p>△ 四角形, 五角形, 六角形のそれぞれについて, 内角の和の求め方を式で書かせてみると, ここまでの考え方が意識化される。</p> <p>(例) 五角形 <math>180^\circ \times 3 = 540^\circ</math></p> <p>▲ 取り出し授業で行う場合, 三角形から六角形までの式や考え方の図を並べてみることで, 部分的に発表できるヒントになる。</p> <p>△ 実際に描けない多角形の場合にどう求めるかを考えるきっかけを与えることであるから, 求められなくてもよい。</p> <p>△ 表にまとめるというアイデアは, 一般化する最初の手段だから, これを教師側のヒントとして与えてよい。</p> <p>△ ※印の付いた項目は, あると考えやすいが, 教室の実態に応じて提案されない場合があるので, その場合は教師から与える。</p> <p>▲ 項目の①②③と④⑤⑥は考え方が異なるので, どちらか一方しか出てこない場合もあるが, それでよい。生徒の実態に応じて, 教師が追加してもよい。</p> <p>①～⑥の項目は要素が多く日本語で理解するときに混乱が生じる。したがって④～⑥は省略した方がスムーズに理解させやすい。</p> <p>また, 図形を学習した経験が乏しい生徒には <math>180 \times (n - 2)</math> の式内の数字や文字につながる部分に絞り込んで重点的に指導した方が安定した理解が得られ, 生徒の説明能力を引き出しやすい。</p>  |

学習活動

支援 ▲JSL 支援事項△留意事項

③多角形の内角の和を求める方法を導き出す。

|                | 3   | 4   | 5   | 6 | 7 | 8 | ... | n |
|----------------|-----|-----|-----|---|---|---|-----|---|
| 辺の数            | 3   | 4   | 5   | 6 | 7 |   |     |   |
| 頂点の数           | 3   | 4   | 5   | 6 | 7 |   |     |   |
| ①1頂点から引ける対角線の数 | 0   | 1   | 2   | 3 | 4 |   |     |   |
| ②①でできる三角形の数    | 1   | 2   | 3   | 4 |   |   |     |   |
| ③内角の和          | 180 | 360 | 540 |   |   |   |     |   |

「表をつかって求めた方法を利用して、他の多角形の内角の和を求める方法を説明しよう」

n の式が正しいことをいろいろな多角形に応用できるか図などを用いて検証する。

多角形においては、1つの頂点から自分自身と隣接の頂点には線分が引けないこと、引いた対角線の数より1つ多い三角形ができることなどに気が付く。

n 角形の内角の和は、

$$180 \times (n - 2) \text{ である。}$$

△左のような表を考えると、太枠部分の中の、 $180 \times (n - 2)$  という式が比較的容易に求められる。この後に引き続いて、この式に現実的な意味を与えることが重要である。

△ここは、この授業のヤマ場であるから、時間を与え、また、演繹的な説明は板書を伴った生徒の説明によってなされるように配慮する。

④ n に具体的な値を代入し、いろいろな多角形の内角の和を求める

「n に具体的な値を代入し、いろいろな多角形の内角の和を求めてみよう」

図では求めることができなかった25角形や120角形の内角の和を計算する。

△演習問題として、ここでnを求める問題を扱う。

- ◇25角形  $\Rightarrow 180 \times 23$
- ◇120角形  $\Rightarrow 180 \times 118$

⑤多角形の内角の和を異なる方法で導き出す。

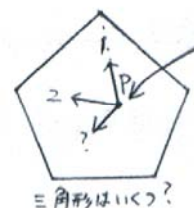
「他の方法で、多角形の内角の和を求めてみよう」  
S : 三角形の中に1つ点を取り、その点から多角形の各頂点に線をひけばいい。

|                  | 3   | 4   | 5 | 6 | 7 | 8 | ... | n |
|------------------|-----|-----|---|---|---|---|-----|---|
| 辺の数              | 3   | 4   | 5 | 6 | 7 |   |     |   |
| 頂点の数             | 3   | 4   | 5 | 6 | 7 |   |     |   |
| ④内部の1点から頂点までの線分数 | 3   | 4   | 5 | 6 |   |   |     |   |
| ⑤でできる三角形の数       | 3   | 4   | 5 |   |   |   |     |   |
| ⑥内角の和            | 180 | 360 |   |   |   |   |     |   |

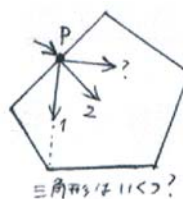
S : 表から、三角形はn個できる。だけど、多角形の内部の頂点の周りの分が余計な角度になる。

$$S : 180 \times n - 360$$

△今までは対角線を引くことによって三角形に分割してきたことを振り返り、対角線ではない線で三角形に分割する方法を考えさせる。

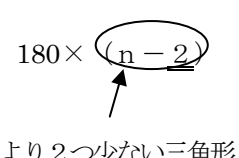


△次の図のような方法で考えてもよい。



$$\triangle 180 \times n - 360 \text{ と、} \\ 180 \times (n - 2)$$

展開 3

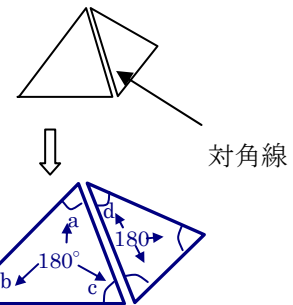
| 学習活動 |   | 支援 ▲JSL 支援事項△留意事項   |
|------|---|---|
| まとめ  | <p>n 角形の内角の和についてのまとめ</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <p>n 角形の内角の和は、<br/> <math>180 \times (n - 2)</math><br/>           である。</p> </div> | <p>△最終的に公式として覚えると言うよりもむしろ、考え方について理解し、導き出すことが出来るようになることが重要である。</p> <div style="text-align: center;"> <math>180 \times (n - 2)</math><br/>  </div> |

### 指導案による授業前の補足活動

#### 既習事項の確認

この授業例では、基本的に授業を進めながら既習事項を確認していくが、前もって時間が取れるようであれば、図形学習が全く未経験の J S L 生徒には、以下の内容を授業前に確認しておくことで、授業参加への負担が軽減されることになる。

- ① 「三角形を 2 つ合わせると何角形になりますか。」  
 「2 つの三角形の内角の和を合わせると何度になりますか。」  
 「2 つの三角形のつなぎ目をなんと言いますか。」
- ② 理解に困難がある場合は右図のように、四角形を頂点からの対角線で分割した三角形の紙を用意し、角度を書き入れながら実演して、理解に導く。
- ③ 「四角形の内角の和は何度ですか。」  
 「四角形の内角の和 =  $360^\circ$  になります。なぜそう言えますか。」
- ④ 図の内容が言い表せることを確認する。



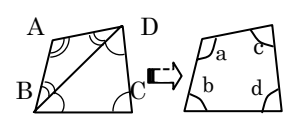
三角形の内角の和

$\triangle ABD = 180^\circ$

$+) \triangle BCD = 180^\circ$

---

$ABCD = 360^\circ = \angle a + \angle b + \angle c + \angle d$   
 $= \text{四角形の内角の和}$



- ⑤ 「三角形を 3 つ合わせると何角形になりますか。」  
 「3 つの三角形の内角の和を合わせると何度になりますか。」  
 「2 つの三角形のつなぎ目をなんと言いますか。」
- ⑥ 理解に困難がある場合は右図のように、五角形を頂点からの対角線で分割した三角形の紙に、角度を書き入れながら実演して、理解に導く。
- ⑦ 「五角形の内角の和は何度ですか。」  
 「五角形の内角の和 =  $540^\circ$  になります。なぜそう言えますか。」
- ⑧ 「六角形の内角の和は何度ですか。」  
 「なぜそう言えますか。」

