

## 事例 7 2年 式と計算「文字の式を使った証明」

### (1) JSL 生徒に対してこの課題を実施するねらい

この課題では、2変数の文字の式の計算を利用して、2桁の自然数の性質について考える。2年時に編入してきた生徒や、1年の学習が不十分である生徒に、2桁の自然数を文字で表現すること、文字を使った計算ができること、成り立つ性質の説明を口頭でおこなうことや記述すること、などを示す。

### (2) 既習事項の確認

十進位取り記数法の意味	分配法則 $a(b+c) = ab+ac$
正負の数の加法・減法	結合法則 $a+(b+c) = (a+b)+c$
文字の式の計算(2変数の加法・減法)	倍数の表現 ( $a \times$ 整数は、 $a$ の倍数)

★ この授業は、適宜、上記の既習内容を確認しつつ進める必要がある。

★ 「十進位取り記数法の意味」は、例えば、「34」が「 $3 \times 10 + 4 \times 1$ 」を表しているということを理解しているかどうかを指す。

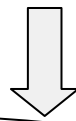
### (3) 留意したい語彙・表現・言い回し

#### 数学科の表現

2けたの自然数と、その自然数の十の位と一の位を入れかえた自然数との和は、11の倍数である。



「何」と「何」との「和」が「11の倍数」の意味が分からない。



「その自然数」「十の位と一の位を入れかえた自然数」という言い方を具体的に示す。

→ 板書例

2けたの自然数と、その自然数の十の位と一の位を

4 1                                  4    1

入れかえた数との和

1 4          +

#### (4) 数学的な考え方と学習活動の流れ

文字の式を使った証明		〈2年〉【式と計算】							
課 題	2桁の自然数と、その自然数の十の位と一の位を入れかえた自然数との和は、11の倍数になるでしょうか。								
数学的な 考え方	1	2	3	4	5	6	7	8	
		○	○		○		○	○	

目 標	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 整数の性質を説明するのに、文字式を利用しようとする。(数学への関心・意欲・態度)</li> <li>・ 式の計算の利用を通して、文字を用いることよさや一般的に成り立つわけを見いだすことができる。(数学的な見方や考え方)</li> <li>・ 整数の性質を文字を使った式で表し、計算し、分配法則を使って倍数表現で表すことができる。(数学的な表現・処理)</li> <li>・ 文字式を利用すると、整数の性質を一般的に説明できることを理解する。(数量、図形などについての知識・理解)</li> </ul>
-----	---

#### ■ 活動の流れ

数学的な考え方	学習活動
2 帰納的に推論する	① 具体的な数をいくつか想起させて、2つの2桁の数の和にはどのような性質がありそうか帰納的に導く。
3 演繹的に推論する 5 一般化する	② 文字を利用することよさに気づき、発見した性質がいつでも成り立つかどうか考える。
7 図・表・式・グラフに表現したり、よみとる	③ 十進位取り記数法の原理から2桁の整数を文字式で表す。また、分配法則を用いて式を変形して、11の倍数であることをよみとる。
8 発展的に考える	④ 課題を作り変えて、成り立つ性質を考える。

#### ■ 準備するもの

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0の数字が書かれたカードを各2枚  
文字式で使用する x や y といた文字カードを数枚  
電卓 (筆算が不十分な場合)

■ 学習活動と具体的な支援の例

	学習活動	支援 ▲JSL 支援事項△留意事項
導入	<p>① 具体的な数をいくつか想起させて、2つの2桁の数の和にはどのような性質がありそうか帰納的に導く。</p> <p><b>「次の計算から言えることは何でしょうか。」</b></p> <p>① <math>41 + 14 = 55</math>            ② <math>35 + 53 = 88</math>            ③ <math>18 + 81 = 99</math>            ④ <math>34 + 43 =</math></p> <p>〈考えられる反応例；S1～S9〉</p> <p>S1：2けたの自然数と、その自然数の十の位と一の位を入れかえた数との和について考えている。            S2：十の位と一の位が同じになる。            S3：<math>38 + 83 = 121</math> になるので、十の位と一の位は同じにならない。            S4：11の倍数になる。            S5：3けたの数だったらどうなる？</p>	<p>▲「言えることは何でしょう」という質問が理解できなければ、言い換える。            「式と答えを読んで。わかることは何？①と②はどこが同じ？どこが違う？」等</p> <p>▲「こっちをこっちにして…反対、たす」等、考えたことを表すのが難しい場合は手助けをする。「この数は自然数？何桁？1, 2…2桁だね。じゃあ、135は何桁？」</p> <p>△例として上げた式を、</p> $55 = 11 \times 5$ $88 = 11 \times 8$ $99 = 11 \times 9$ $121 = 11 \times 11$ <p>と表し、<math>11 \times</math>自然数であれば11の倍数であることを確かめてまとめる。このことは文字で説明する際にも、<math>11 \times</math>自然数となれば11の倍数であることに利用できることに留意しておく。</p> <p>▲計算に習熟する場面ではないので、筆算が不十分なときは電卓を用いてよい。</p>
展開 1	<p>② 文字を利用することのよさに気づき、発見した性質がいつでも成り立つかどうか考える。</p> <p><b>「2桁の自然数と、その自然数の十の位と一の位を入れかえた自然数との和は、11の倍数になるでしょうか」</b></p> <p>S6：黒板に書いてあるのでいえるから、もういいんじゃない？</p> <p><b>「いつでも必ずそうなるのか、考えてみよう」</b></p> <p>S7：2桁の自然数を全部書いて確認してみればいい。            S8：文字を使って考えるといい。</p> <p><b>「文字って？文字を使うと何がいいですか」</b></p> <p>S9：どんな場合でも説明したことになるし、数字で何度もやらなくても1度だけで済むから。</p> <p><b>「2桁の自然数を表すには文字は何種類必要ですか」</b></p> <p>S10：2つでできる。</p>	<p>▲1～10のカードを操作しながら発問し「2桁」「一の位」「入れ替える」といった表現を視覚的に示す。</p> <p>▲「文字」は平仮名、カタカナ、漢字ではなく、アルファベットを使うことをカードで示す。</p> <p>▲手元に数字カードと文字カードとを持た</p>

		<p>「十の位を <math>x</math> 一の位を <math>y</math> として 2桁の自然数を表すにはどうしたらいいですか」  S 1 1 : <math>x y</math>  S 1 2 : <math>1 0 x + y</math></p> <p>「それでは、2桁の自然数とそれの十の位と一の位を入れかえた自然数との和は、いつでも必ず 11 の倍数になることを表してみよう」  S 1 4 : <math>(1 0 x + y) + (1 0 x + y) = 2 0 x + 2 y</math>  S 1 5 : <math>(1 0 x + y) + (1 0 y + x) = 1 1 x + 1 1 y</math>  だから、11 の倍数。</p> <p>「55 や 88 が 11 の倍数なのは どうしてですか」  S 1 6 : <math>(1 0 x + y) + (1 0 y + x) = 1 1 x + 1 1 y = 1 1 \times (x + y)</math> となって、11 × 自然数だから、11 の倍数になる。</p> <p>「今日勉強したことから自分で問題を作って、説明もしてみよう。」  S 1 7 : ある自然数からその自然数を入れ替えた自然数を引くと 9 の倍数になる。  S 1 8 : 3けたの自然数と、その自然数を入れ替えた自然数をたすと 11 の倍数になる。(誤答例)  S 1 9 : 4けたの自然数と、その自然数を入れ替えた自然数をたすと 11 の倍数になる、など。</p>	<p>せて、考えさせる。  △ 1 ~ 10 のカードを使って、例えば、  <math>\boxed{3} \boxed{4} = \boxed{3} \times 1 0 + \boxed{4} \times 1</math>  を簡略化して表していることを示す。  △具体的な数字で表すところから始める。  「53 だったらどう？」  「<math>x = 5, y = 3</math>」  「<math>x y = x \times y</math> だから、<math>5 \times 3 \cdots 15</math> になるよ、どうする？」  S 1 3 : <math>5 3 = 5 0 + 3 = 1 0 \times 5 + 3</math> だから、<math>1 0 x + y</math> がいい。  ▲前の発問に戻ったことを板書やノートを示すなどして明確にする。  △ここでも、まず具体的な数字で表すよう促す。  △分配法則 ; <math>a (b + c) = a b + a c</math> を確認する。</p> <p>▲一段階ずつやりとりしながら導いていく。  ▲「55 は <math>11 \times 5</math>, 88 は ? <math>11 \times \cdots</math> これは何の倍数だった？」  △ 2 の倍数は、<math>2 \times \square</math>  3 の倍数は、<math>3 \times \square</math>  のように表せることを確認して、11 の倍数であることを説明するには、  <math>11 \times n</math> (<math>n</math> は自然数)  と表すことができればよいことを、具体的な数で確認する。  &lt;授業前の補足活動を参照&gt;</p>
<p>まとめ</p>	<p>④ 課題を作り変えて、成り立つ性質を考える。</p>	<p>性質を発見するには具体的な数で考えて帰納的に導くことができること、文字の式を使って発見した性質がいつでも成り立つこと(演繹的に説明すること)のよさについてまとめる。</p>	<p>▲ノートをきちんと取るように指示をし、確認する。  △「2けたの自然数と、その自然数の十の位と一の位を入れかえた自然数との和は、11 の倍数」の一部分を穴埋めにして、問題をつくりかえてみるように促す。</p>

## 指導案による授業前の補足活動

### 既習事項の確認

この授業例では、基本的に授業を進めながら既習事項を押さえていくが、前もって時間が取れるようであれば、以下の項目を授業前に確認しておくことで、J S L生徒にとっては、授業参加への負担が軽減されることになる。

#### ①分配法則を利用したことがない場合

例のように実際の数の操作を通して意味を理解させる。

例)  $3 \times 8 + 3 \times 2$

$$3 \times (8 + 2)$$

それぞれ計算して、解が一致することを確認する。また、「分配法則」という呼称と意味（分配＝分ける等）を確認しておく。

#### ②倍数の表現（ $a \times$ 整数は、 $a$ の倍数）が難しい場合

まず、ひとつの具体的な例を理解させる。その後、スモールステップで□に当てはまる数やことばを考えるやり方で、意味と表現を押さえる。

例)  $2 \times 3 = 6$     6は2の**3倍**    6は2の**倍数**

$$2 \times 4 = 8 \quad 8は2の□倍 \quad □は2の倍数$$

$$2 \times 5 = 10 \quad □は2の□倍 \quad □は□の倍数$$

$$2 \times 6 = □ \quad □は□の□倍 \quad □は□の□□$$

$$2 \times □ = □ \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

必要なら、「～は～の～倍」「倍数」に留意させ、やりとりの中で繰り返したりノートに書いたりする。