

事例3 1年 1次方程式「等式の性質」

(1) JSL 生徒に対してこの課題を実施するねらい

天秤のつりあい方から等式の性質を類推するとともに、等式の性質を使った方程式の変形は同値変形であることを理解する。

数量の関係を文字を使った式で表現したり、文字を使った式で表現された内容を読み取ったりする。

(2) 既習事項の確認

加法・減法・乗法・除法 (整数, 小数, 分数)	小数・分数の数感覚 (分数の約分・通分を含む)
倍数	文字で表すこと
文字の式の計算 (乗法・除法)	文字の式の計算 (加法・減法)
結合法則 $a + (b+c) = (a+b) + c$	分配法則 $a(b+c) = ab+ac$

★文字の式に抵抗がある場合は対応するものを図の中に明記するとよい。

★「代入」「変形」など数学用語が漢字の熟語で出てくる。最初は同じ漢字を使って分かりやすく言い換え、文字を見ればイメージがわくようにする。

(3) 留意したい語彙・表現・言い回し

数学科の表現

$$A = B \quad \text{ならば}$$

$$A + C = B + C$$



「AとBが等しい場合」「AとBが等しいとすると」
「(次の式) になる」という仮定の意味。



同じ意味で「ならば」ではなく、
「A=Bのとき」と表現されることもあるので注意。
(この「~のとき」は証明等でも登場する)



(4) 数学的な考え方と活動の流れ

等式の性質		〈1年〉【1次方程式】							
課 題	重さが同じボール8個と10gのおもり3個を図のようにのせたら、天秤が釣りあいました。 このボール1個の重さを求めるには、どのように考えればよいでしょうか。								
数学的な考え方		1	2	3	4	5	6	7	8
		○	○		○			○	

目 標	天秤の釣りあい方から等式の性質を類推するとともに、等式の性質を使った方程式の変形は同値変形であることを理解する。
-----	--

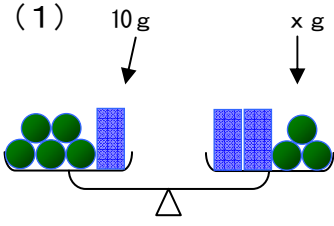
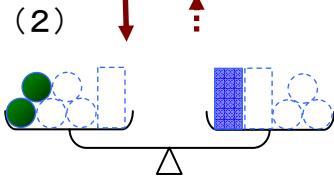
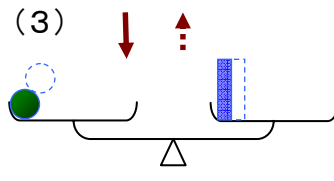
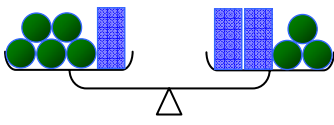
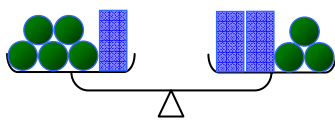
■ 活動の流れ

数学的な考え方	学習活動
4 理想化・抽象化する	① 図に示された天秤の上のボールとおもりの釣りあい方に着目して、念頭操作でボール1個の重さを求める。
7 図・表・式・グラフに表現したり、よみとる	② ボール1個の重さを求める過程の、つりあっている天秤の状態①～③を式で表現する。(生徒の状況によっては、①から②、②から③への操作も式で表現してもよい)
1 類推する	③ 等式には、つりあっている天秤と同じような性質があることを類推し、まとめる。
7 図・表・式・グラフに表現したり、よみとる	④ 等式の性質を文章と式とでまとめる。
7 図・表・式・グラフに表現したり、よみとる。 2 帰納的に推論する	⑤ ①～③の方程式の解がどれも5であることから、方程式は、等式の性質を使って同値変形できることを帰納的に理解する。

■ 準備するもの

天秤, 板マグネット (ボールとおもりを作る)

■ 学習活動と具体的な支援の例

	学習活動	支援 ▲JSL 支援事項△留意事項
<p>導入</p>	<p>問： 重さが同じボール8個と10gのおもり3個を図のようにのせたら、天秤が釣りあいました。 このボール1個の重さを求めるには、どのように考えればよいでしょうか。</p> <p>①ボール1個の重さの求め方を確認することを通して、天秤が釣りあった状態で天秤を操作する方法を考える。</p> <p>・ボール1個の重さを求める方法を考える。</p> <p>(1) </p> <p>(2) </p> <p>(3) </p> <p>・釣りあっている天秤の両方の皿に同じ重さを加えたり、両方の皿から同じ重さをひいたり、両方の皿の重さを等倍にしたり、両方の皿の重さを等分したり …しても、天秤は釣りあうことを確認する。</p>	<p>(天秤) </p> <p>▲天秤をボードに書き、板マグネットで○と□を作って生徒に左図と同じ操作させる(□と○は色を変える。□は1/2を2つ作っておく)</p> <p>←問題を読みながら、■のおもりに10gと記入、●のおもりに「?g」と記入</p> <p>(2)で■1つは●2つ分であることを確認、「では●1つは何g?」 →左右の総量を計算させる 答え:35g</p> <p>▲表現の確認</p> <p>・釣りあう:左と右の重さが同じこと。天秤におもりを不均等に置いてから釣りあわせる(ゆれる両手と同じ高さで止まるジェスチャー)</p> <p>・のせます+釣りあいました →のせたら釣りあいました</p> <p>▲ボードの天秤を使い、その下に左右を式にする。</p> <p></p>
<p>展開1</p>	<p>②ボール1個の重さを求める過程の、釣りあっている天秤の状態(1)~(3)を式で表現する。(生徒の状況によっては、①から②、②から③への操作も式で表現してもよい。)</p> <p>・ボール1個の重さを $x(g)$ として、①~③の状態を等式で表し、①から③への操作を考えることを通して、等式には釣りあっている天秤と同じような性質があることを理解する。</p>	<p>$\frac{5 \times \bigcirc + \square}{35g \text{ (左辺)}} = \frac{3 \times \bigcirc + 2 \times \square}{35g \text{ (右辺)}}$</p> <p style="text-align: center;">両辺</p>

学習活動	支援 ▲JSL 支援事項△留意事項
<p>③等式には、つりあっている天秤と同じような性質があることを類推する。</p> <p>④等式の性質を文章と式とでまとめる。</p>	<p>(1) $5x+10=3x+20$ ↓ 両辺から $3x+10$ をひく</p> <p>(2) $2x=10$ ↓ 両辺を2でわる</p> <p>(3) $x=5$</p> <p>等式の性質</p> <p>1. 等式の両辺に同じ数や式を加えても、等式は成り立つ。 A=B ならば, A+C=B+C</p> <p>2. 等式の両辺から同じ数や式を加えても、等式は成り立つ。 A=B ならば, A-C=B-C</p> <p>3. 等式の両辺に同じ数や式をかけても、等式は成り立つ。 A=B ならば, AC=BC</p> <p>4. 等式の両辺を0でない同じ数や式でわっても、等式は成り立つ。 A=B ならば, $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$ ただし、$C \neq 0$</p> <p>・上記の式を数学の等式に直す T「□は何gだった？」S「10g」 T「ボールの重さは分からなかった。「？」だったね。分からないものは「x (エックス)」と書きます」 (1) $5 \times \square + 10 = 3 \times \square + 2 \times 10$ $5x + 10 = 3x + 2 \times 10$ T「\times (かける) は書かなくていいから」 $5x + 10 = 3x + 20$ (2) T「両辺から $3x+10$ をひくと」 $2x = 10$ (3) T「xが知りたいから、この2がいらぬ。両方を2で割ればいい」 $x = 5$</p> <p>「等式は、つりあっているてんびんと似ています。同じ数を加えても (てんびん左右に●を加える) …つりあいます。式に書くとA+C=B+Cですね」</p> <p>・等式は成り立つ：等式 (=) になる。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>等式の確認</p> $18 = 3x + 6$ <p>左辺 右辺 \ / 両辺</p> </div> <p>▲ ≠：ノットイコール (C は0でない、という意味)</p>

	学習活動	支援 ▲JSL 支援事項△留意事項
展開 2	<p>⑤方程式は、等式の性質を使って変形しても、その解が変わらないこと(同値であること)を帰納的に理解する。</p> <p>・上の①から③の状態を表す方程式を x についての方程式とみる とき、①から②、②から③への変形は、それぞれ等式の性質を使って変形したものと考えられることを理解するとともに、①、②、③の解がどれも5であることを、各式の x に5を代入することで確認する。</p> <p>・方程式は、等式の性質を使って変形しても、その解が変わらないこと(同値であること)を理解する。</p>	<p>▲</p> <p>・等式の性質を使って変形 「では式を変えてみましょう。両辺に3を足します」</p> $2x = 10$ <p>両辺に3をたす ↓ ↑ 両辺から3ひく</p> $2x + 3 = 13$ <p>.....</p> $2x = 10$ <p>両辺に5をかける ↓ ↑ 両辺を5で割る</p> $10x = 50$ $(x = 5)$ <p>解(かい)</p> <p>「等式に同じ数をかえたり、ひいたりして変えました。どの式でも、xに5を入れるとつりあいます(計算して確認させる)。(4つの式を指しながら)式が変わっても xは同じです。この xを「解(かい)」といいます。</p> <p>・代入: xに5を代入する</p> $2x + 4 \quad 2 \times 5 + 4$ <p>xに5を入れる</p>
まとめ	方程式は等式の性質を使って同値変形できることを再確認する。	▲語彙の確認: 方程式, 等式