

数学における出題例

- 【出題例 1】岩手県〔1 3〕
- 【出題例 2】群馬県〔5 (1)〕
- 【出題例 3】千葉県〔後期選抜 5〕
- 【出題例 4】滋賀県〔2〕
- 【出題例 5】佐賀県〔特色選抜 3 (2)〕
- 数学における出題例の正答等

○数学における出題例

【出題例 1】 * 該当問題 13 岩手県

13 おさむさんは、次のホームページを見て、観光ガイドと観光マップの郵送を希望しました。
(ホームページ)

みちのく市観光協会 〒123-4567
みちのく市 本町 1番1号

(新着情報)

☆みちのく市の観光情報を一冊にまとめた「観光ガイド」とみちのく市の見どころを一冊にまとめた「観光マップ」を作りました。

☆いずれも無料ですが、郵送を希望する場合は、送料のみご負担をお願いします。

- ・それぞれの希望冊数、住所、氏名、電話番号を明記した紙と送料分の切手を同封して、「みちのく市観光協会」あてにお送りください。
- ・封筒は1枚20gです。観光ガイドと観光マップはともにA4判で、1つの封筒には480gまで入れることができます。

重さ早見表 (単位 g)

| 数量 (冊) | 1 | 2 | 3 | 4 | ... |
|--------|----|-----|-----|-----|-----|
| 観光ガイド | 60 | 120 | 180 | 240 | ... |
| 観光マップ | 20 | 40 | 60 | 80 | ... |

送料一覧表

| 重さ | 1通あたりの送料 |
|---------|----------|
| 50g 以内 | 120 円 |
| 100g 以内 | 140 円 |
| 150g 以内 | 205 円 |
| 250g 以内 | 250 円 |
| 500g 以内 | 400 円 |

〈送料の計算例〉

観光ガイド1冊、観光マップ1冊を1つの封筒に入れた場合、重さの合計は100gになるので、送料は140円です。

おさむさんは、観光ガイド3冊と観光マップ3冊の合計6冊の郵送を希望しましたが、封筒への入れ方を工夫すると、送料が変わるのではないかと考え、調べることにしました。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

ただし、観光ガイド、観光マップ、封筒以外の重さは考えないこととします。

(1) この6冊を1つの封筒に入れてもらうとき、送料は何円ですか。その金額を求めなさい。

(2点)

(2) この6冊を何冊かに分けて、2つの封筒に入れてもらうとき、封筒への入れ方は全部で何通りありますか。

また、2つの封筒の送料の合計は何円ですか。考えられる合計金額をすべて求めなさい。

ただし、空^{から}の封筒はつくらないこと。(3点×2)

【分析所見】

3冊の観光ガイドと3冊の観光マップを郵送するときの送料を、まとめて1つの封筒に入れて送る場合と、2つの封筒に分けて送る場合とで送料が異なる場面を捉えた設問である。特に、(2)で送料が異なる場合が複数あるので、起こり得る場合を挙げそれぞれについて送料を考えさせている。これは、生活の中で数学を活用して最適な値を求める過程であり、数学を学ぶ有用性を実感する問題となっている。

【出題例 2】 *該当問題 5 (1) 群馬県

5 図 I において、円 O は半径 2cm の円であり、点 A は円 O の周上の点、点 P は円の内部の点で、 $AP = 2\text{cm}$ である。

図 I を用いて、図 II のように、点 A を一端とする線分で弧が点 P に重なるように円の一部を折り返す。この折り目を線分 AB とするとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

- (1) 点 A を一端とする線分で円の一部を折り返すとき、弧が点 P に重なるような折り目は、線分 AB のほかにもう 1 つある。その折り目を線分 AC とするとき、線分 AC をコンパスと定規を用いて作図しなさい。

ただし、作図に用いた線は消さないこと。

図 I

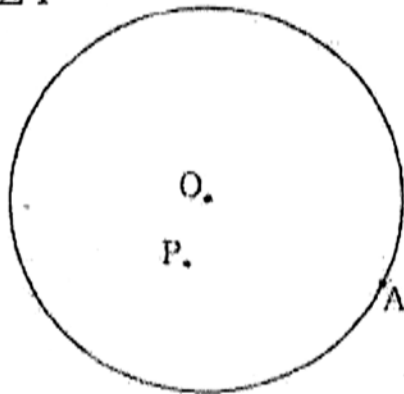
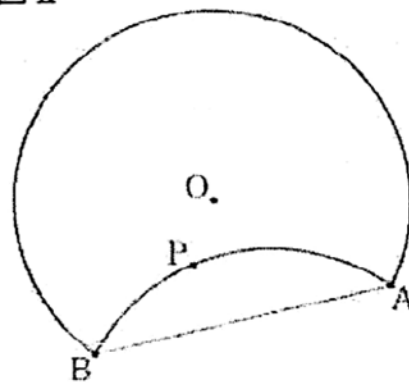


図 II



※(2)は、該当問題ではないため省略

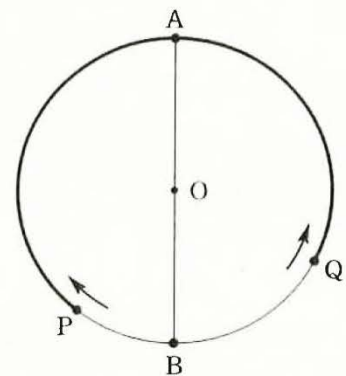
【分析所見】

問題の意味を確実に読み取り、すでに引かれている線分も参考にしながら、折り返したときに重なる点を見つけて折り目となる線分を作図する。折り返したときに重なる点が円の弧上にあれば、折り返したときに重なる点と P を結ぶ線分の垂直二等分線が折り目となる。したがって、点 A と折り返したときに重なる点を結ぶ線分の長さは 2cm であり、これを用いて折り返したときに重なる点を見いだすことができる。作図題であるのでその過程も過不足なく示さなければならない。数学的な見方や考え方を見るために工夫された問題である。

【出題例 3】 * 該当問題 後期選抜 5 千葉県

5 右の図1のように、点Oを中心とし、線分ABを直径とする円Oがある。

図1



2点P, Qは同時に点Bを出発し、点Aに向かって、点Pは時計回りに、点Qは反時計回りに、それぞれ一定の速さで円周上を移動する。2点P, Qとも、点Aに到着後、向きを変え逆方向に移動し、点Bに到着後、また向きを変え逆方向に移動する。2点P, Qとも、この動きをくり返す。

x 秒後の、点Aを含む \widehat{PQ} の長さを y cm とするとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

ただし、2点P, Qとも点B上にあるときは、 y を円周の長さとし、2点P, Qとも点A上にあるときは、 y を0とする。

(1) 円Oの円周の長さを12 cm、点Pの速さを毎秒1 cm、点Qの速さを毎秒2 cm とするとき、次のなつこさんと先生の会話1を読み、あとの①, ②の問いに答えなさい。

なつこさんと先生の会話1

なつこ：2点P, Qが、点Bを同時に出発するとき、点Aを含む \widehat{PQ} の長さは12 cm ですね。

先生：そう、 $x = 0$ のとき、 $y = 12$ ということだね。それでは、 x と y の関係をグラフに表してみよう。 $0 \leq x \leq 3$ のときは、図2のようになるね。

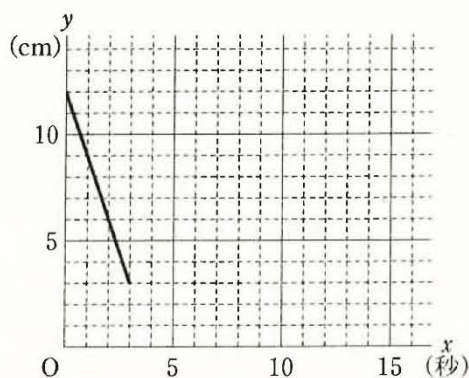
(なつこさんは、このあと x と y の関係をグラフに表して確かめました。)

なつこ： $x = 12$ のとき $y = 12$ になっています。点Bを同時に出発した2点P, Qが、12秒後には、点Bに、はじめて同時にもどることがわかりました。グラフは、このあと、くり返し同じ形が現れることになるのですね。

① 下の図2は、 $0 \leq x \leq 3$ のとき、 x と y の関係を表したグラフである。

$3 \leq x \leq 15$ のときの x と y の関係を表すグラフを、図2のグラフの続きにかきなさい。

図2



② 2点P, Qが、点Bを同時に出発してから5分経過するまでに、2点P, Qを結んだ線分PQが、円Oの直径になるのは何回あるか、求めなさい。

- (2) 円Oの円周の長さを360 cm, 点Pの速さを毎秒12 cm, 点Qの速さを毎秒15 cmとするとき, 次のなつこさんと先生の会話2を読み, あとの①~③の問いに答えなさい。

なつこさんと先生の会話2

先生: 2点P, Qが, 点Bを同時に出発してから, 点Bに, はじめて同時にもどるまでの時間をT秒とすると, T秒ごとに同じ形のグラフが現れることがわかったと思う。

なつこ: グラフをかかないと, Tの値を求めることはできないのですか。

先生: さっき, 円周の長さが12 cm, 点Pの速さが毎秒1 cm, 点Qの速さが毎秒2 cmのとき, $T = 12$ となることを確認してもらったけれど, 2点P, Qとも, 点Bを出発してから, 再び点Bにもどるまでに移動する距離は, 円周の長さと同じするよね。点P, 点Qが12 cmの距離を移動するのにかかる時間はどうなるかな。

なつこ: 点Pは12秒, 点Qは6秒になります。

先生: それがTを求めるヒントになっているはずだよ。

なつこ: なんとなくわかったような気がします。

先生: 円周の長さが360 cm, 点Pの速さが毎秒12 cm, 点Qの速さが毎秒15 cmの場合を考えてみよう。

- ① 2点P, Qが, 点Bを同時に出発してから, 点Bに, はじめて同時にもどるまで何秒かかるか, 求めなさい。
- ② 点Aを含む \widehat{PQ} に対する円周角が, はじめて 18° になるときの x の値を求めなさい。
- ③ $x = 1210$ のときの y の値を求めなさい。

【分析所見】

(1), (2)とも先生と生徒の会話を数学的に理解し, 会話に直接関連した問題を解決した後, さらに問題を発展させ思考を深める形式になっている。2つの点の動きは単純であるが, 2つの点を作る弧長を考えているので問題自体は複雑になっている。先生と生徒の会話を通して問題の本質を理解し, それを基に発展的な問題に取り組むことができるかを見ようとする問題である。

2 太郎さんは、6段変速の自転車を買ってもらいました。自転車のギア（歯車）を変えずに坂道を上ると、平らな道を走るときよりもペダルをこぐのに大きな力が必要になります。そこで、後輪のギアを3段目から1段目に変えると、坂道を楽に上ることができましたが、同じ距離を進むのに、より多くペダルをこがなければなりません。太郎さんは、なぜこのようになるのか、6段変速の自転車の仕組みに興味をもち、調べたことを次のようにまとめました。

太郎さんが調べたこと



ペダルをこいだ回数がわかれば、後輪が何回転したかを計算で求めることができます。

後輪のタイヤ

後輪のギア

ペダルについている前のギア

チェーン



○ ペダルを1回転させたとき、後輪が何回転するかは、ギア比で決まります。

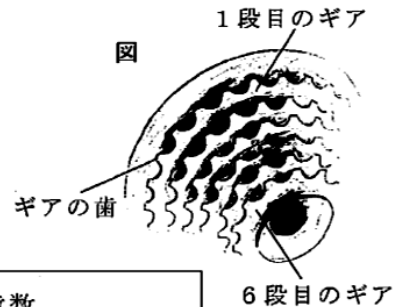
○ ギア比は、次のような言葉の式で求めることができます。

$$(\text{ギア比}) = \frac{(\text{ペダルについている前のギアの歯数})}{(\text{後輪のギアの歯数})}$$

※ 例えば、ギア比が2.5のとき、ペダルを1回転させると後輪のギアは2.5回転します。



買ってもらった自転車の後輪には、右の図のような6枚のギアがついています。前のギアと後輪のギアの歯数を数え、下の表にまとめました。

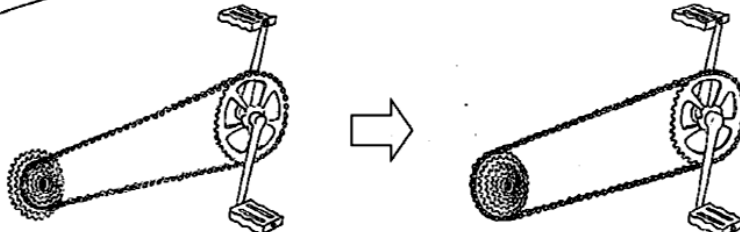


買ってもらった自転車のギアの歯数

| ペダルについている前のギアの歯数 | 後輪のギアの歯数 | | | | | |
|------------------|----------|----|----|----|----|----|
| | 1段 | 2段 | 3段 | 4段 | 5段 | 6段 |
| 42 | 28 | 24 | 21 | 18 | 16 | 14 |



後輪のギアを3段目から1段目に変えると、坂道を楽に上ることができます。



○ ギアを変えることで、坂道を上るときや向かい風のときでも、小さな力でペダルをこぐことができます。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。ただし、後輪のギアが回転した分だけ後輪は回転するものとし、タイヤは地面に対してすべらず、変形しないものとします。

(1) 太郎さんは、ペダルを1回転させたときに、後輪が何回転するかを求めることにしました。後輪のギアの歯数が21のとき、後輪のギアは何回転しますか。求めなさい。

(2) 太郎さんは、ペダルを1回転させたときの自転車の進む距離を求めようと思いました。自転車のギアの歯数のほかに、自転車の何の値がわかれば求められますか。また、ペダルを1回転させたときの自転車の進む距離の求め方を言葉の式で表しなさい。

(3) 平らな道で自転車をこぎだすとき、ペダルを1回転させて進む距離は、後輪のギアの選び方によって変わります。後輪のギアの歯数を x 、後輪のギアの回転数を y として、 x と y の関係を式に表し、その関係をもとに、後輪のギアの段の数字が小さくなるほど、ペダルを1回転させたときに自転車の進む距離が短くなることを説明しなさい。

【分析所見】

6段変速の自転車の仕組みを調べていく場面を基に、ペダルの回転数とギアの歯数、自転車の進む距離の関係を探っていくことが問われている。身のまわりの事象に潜む疑問点を知識・技能等を活用して明らかにしていく流れに工夫が見られる問題である。与えられた情報を分類整理したり、必要な情報を適切に選択し判断したりして答えることが求められている。また、(3)では、事象の中の関係を式に表し、数学的な表現を用いて説明することが求められている。実生活の場面において数学を活用する力とともに、思考力・判断力・表現力を必要とする問題である。

【出題例5】 *該当問題 特色選抜3 (2) 佐賀県

3 次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(2) 次の【問題】について考えている太郎さんと花子さんの会話文を読んで、あとの(ア)~(ウ)の各問いに答えなさい。

【問題】

【図1】のように、AからIまでの9つのマスがあり、このマスに1から9までの整数を1つずつ入れる。縦、横、斜めのどの列においても、3つのマスの数の和が15になるように、この9つのマスに数を入れなさい。

【図1】

| | | |
|---|---|---|
| A | B | C |
| D | E | F |
| G | H | I |

太郎さん：【図2】のように、Aのマスは、縦、横、斜めの合わせて3列で使われているね。他のマスについてもそれぞれ何列で使われているか考えて、【表】にまとめてみよう。

【図2】

花子さん：次に、Aのマスに9が入るか考えてみましょう。

太郎さん：Aのマスは3列で使われているから、3つの数の組が3組必要だよ。

花子さん：3つの数の和は15だから、9以外の2つの数の和は6だよ。和が6となる数の組は『1と5』と『2と4』の2組しかないよ。

太郎さん：だから、Aのマスに9は入らないことが分かるね。

花子さん：他のマスについても同じように考えると、入る数が分かりそうね。

【表】

| マス | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---------|----|----|---|---|----|---|---|---|---|
| 使われる列の数 | 3列 | a列 | | | b列 | | | | |

(ア) 【表】の中のa、bにあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

(イ) 9を入れることができるマスをA~Iの中からすべて選び、記号を書きなさい。

(ウ) Cのマスに2、Hのマスに3が入るとき、Dのマスに入る数を求めなさい。

※(1)は、該当問題ではないため省略

【分析所見】

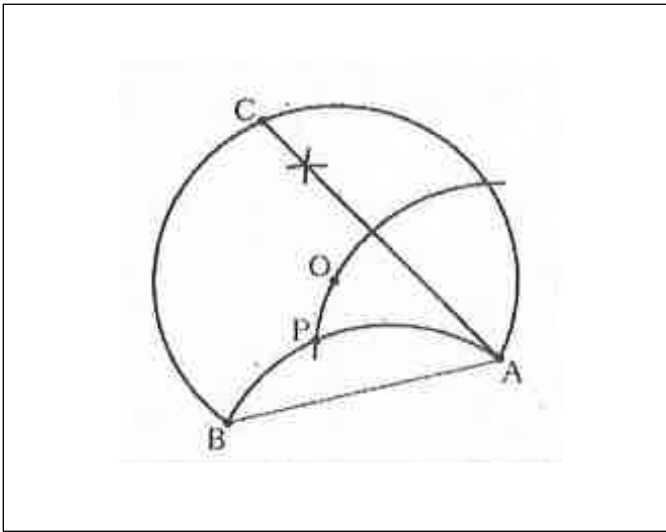
3×3の魔方陣に当てはまる数字を筋道立てて論理的に探っていくことが問われている。マスに当てはまる数字について、単にいろいろな数を当てはめて考えるだけでなく、計算に使われる列の数と当てはまる数になる2つの数の組数に着目して考えていく流れに工夫が見られる。試行錯誤をしながら課題解決をするだけでなく、解決のための構想を立てて実践し、論理的に考察する力を必要とする問題である。

○数学における出題例の正答等

【出題例 1】 * 該当問題 13 (1) (2) 岩手県

| | | |
|-----|--------------------|-----------|
| (1) | 400 | 円 |
| (2) | 7 | 通り |
| | 370, 390, 410, 455 | (単位はすべて円) |

【出題例 2】 * 該当問題 5 (1) 群馬県



【出題例 3】 * 該当問題 後期選抜 5 千葉県

| | | | |
|-----|----------|------------|------------|
| (1) | ① | | |
| | | | |
| (2) | ② 75(回) | | |
| | ① 120(秒) | ② $x = 12$ | ③ $y = 90$ |

【出題例 4】 * 該当問題 2 滋賀県

| | |
|-----|--|
| (1) | 2 回転 |
| (2) | 後輪のタイヤの直径 |
| | (自転車の進む距離) = (後輪のタイヤの直径) × π × (ギア比) |
| (3) | 【式】 $y = \frac{42}{x}$ |
| | 【説明】 後輪のギアの回転数は、後輪のギアの歯数に反比例し、後輪のギアの歯数が増えるほど、後輪のギアの回転数は少なくなる。よって、後輪のギアの段の数字が小さくなるほど、ペダルを1回転させたときに自転車の進む距離が短くなる。 |

【出題例 5】 * 該当問題 特色選抜 3 (2) 佐賀県

| | | | | |
|-----|-----|---|---------|---|
| (2) | (ア) | 1 | a | 2 |
| | | 1 | b | 4 |
| | (イ) | 2 | B、D、F、H | |
| | (ウ) | 2 | 1 | |

