

算数・数学の資質・能力に関する資料

平成28年2月15日 教育課程部 算数・数学ワーキンググループ	参考資料2
---------------------------------------	-------

数学Ⅰ

a 概念を記号で表わすこと。

b 概念・法則などを拡張すること。

c 演繹的な推論によって知識を体系だてること。

d 対応関係・依存関係をとらえること。

e 式や図形について不変性を見いだすこと。

f 解析的方法と図形的方法との関連。

数学Ⅱ

a 概念を記号で表わすこと。

b 概念・法則などを拡張すること。

c 演繹的な推論によって知識を体系だてること。

d 函数の大域的な性質や局所的な性質をとらえること。

e 式や図形について不変性を見いだすこと。

f 解析的方法と図形的方法との関連。

数学Ⅲ

a 概念を記号で表わすこと。

b 概念・法則などを拡張したり、一般化したりすること。

c 演繹的な推論によって知識を体系だてること。

d 函数の大域的な性質や局所的な性質をとらえること。

e 統計的な事象を量的にとらえること。

f 極限によって量をとらえること。

g 式や図形について不変性を見いだすこと。

h 解析的方法と図形的方法との関連。

数学 I

注 中心概念の欄を設けたのは、目標に述べているような数学的な考え方の内容を具体的に例示するためである。そして、この欄では、代数的内容、幾何的内容の中に流れている考え方で、無理なく指導しうるものを選んで例示した。ここに述べたような性格のものであれば、そのまとめ方や表現は例示とは必ずしも一致しなくてもよい。教師は、この例示を参考として「数学 I」の目標にふさわしい数学的な考え方の内容を具体的に明らかにして指導にあたる必要がある。

a 概念を記号で表わすこと。

記号・文字による一般的表現
文字式 式の形

この意味は、数学的な概念を記号によって簡潔明確に表現したり、個別的にわかった数量的な関係を文字を使って一般的な形で表わしたりする数学的な記号の使い方についての考え方の中で、特に代数的な記号は、それを用いた式についての演算が形式的に整うように考えていく点に特徴がある。その結果として、式の形という見方が生れ、これが代数的に考えを進めていくときの目のつけどころになる。

b 概念・法則などを拡張すること。

拡張の原理

特殊な場合から出発して、いつも、もっと一般的に同じような形で定理が成り立つように、概念を拡張したり、法則を拡張したりしていく考え方をさす。数概念を拡張する場合に、演算法則の形式が不変になるように新しい概念を作っていくのもこれに当る。

c 演繹的な推論によって知識を体系だてること。

公理・定義 定理・命題 証明

一群の知識に対して、それらの基礎になる事項を明らかにし、用語の意味を一義的に定め、それらから演繹的に他の事項が導かれることを確かめることによって、知識に体系をつけ、まとめていく考え方をさす。この際に証明・公理・定義のもつ役割がそれぞれ重要なものである。

d 対応関係・依存関係をとらえること。

函数的関係 統計的關係
図形的な対応関係・依存関係
命題の論理的依存関係

数学においてとらえる関係は、多くは対応関係、依存関係としてである。変数の間の対応、依存の関係として函数の概念をとらえ、統計的な変量については、統計的關係としてとらえられる。また図形の性質などについても、これをその構成要素間の対応関係ないし依存関係と見ることができ、またそう見直すことによって、定理の意義が明らかになる場合が多い。同じような関係は、命題相互の間の論理的な関係にも見られる。必要条件・十分条件などという考えも、二つの事項を、一方を他方の条件と考えた場合に起る論理的な関係を表わしたものと見られる。

e 式や図形について不変性を見いだすこと。

円周角の定理は、角の頂点の変化に対して不変な性質を示すものであり二次函数のグラフの形が放物線であることは、二次式の係数が変化しても不変な性質である。このように、数学の定理には、その背後に変化しているものを予想し、その間の不変な関係としてはあくすることによって、その意味が深くとらえられるものが多い。対称・射影等の変形で不変な点・直線に着目したり、式の変形において式の値が不変であることに着目したりするのもその例である。

f 解析的方法と図形的方法の関連。

函数のグラフ

式で表わされた函数の特徴をとらえるのにそのグラフを利用したり、図形の性質を調べるのに代数式や三角函数を用いたりするように、解析的な方法(式による表現)と図形的な方法(図形による表現)の特徴やその間の対応を生かして用いていく考え方をさす。

数学Ⅱ

「数学Ⅱ」の中心概念は、「数学Ⅰ」の中心概念のうち、「数学Ⅱ」の内容に即したものは引き続きそのまま取り上げるとともに、そのいくつかについては新たに発展した内容のものが付け加わる。ここでは新しく付け加わるものについて説明することにする。

a 概念を記号で表わすこと。

記号と対象との対応 (記号・文字による一般的表現, 文字式, 式の形)

新しく強調する考え方としては、対象の種類の違いに応じて、これを表わす記号の種類を変えたり、同じ種類の対象の中で、異なるものを表わすのに同じ文字に添数をつけて表わしたりなどして、表現を見やすくする考え方がある。

b 概念・法則などを拡張すること。
(拡張の原理)

c 演繹的な推論によって知識を体系だてること。

必要条件・十分条件・同値関係
(公理・定義, 定理・命題, 証明)

ここでは、必要条件・十分条件という見方や、命題の同値関係を明らかにする考え方が新しいものとして考えられる。

d 函数の大域的な性質や局所的な性質をとらえること。

連続的変化, 極限
函数値の増減, 周期性 極大・極小

「数学Ⅰ」において考えた対応関係・依存関係のとらえ方は、「数学Ⅱ」では、特に函数に対して深まる。函数を大域的、局所的にとらえるためには、独立変数の連続的変化に対応させて従属変数の変化を見ることが必要となる。そしてその方法としては極限による見方が重要なものとなり、これによって、大域的、また局所的な函数値の増減や極大・極小も明らかになる。極大・極小は、それ自身、局所的な性質であるが、これを明らかにすることはまた函数の大域的な変化の全貌をつかむに役だつ。このような一連の見方が「数学Ⅱ」においては新しく加わる。

e 式や図形について不変性を見いだすこと。

f 解析的方法と図形的方法との
関連。曲線を表わす方程式 (函数のグラフ)

「数学Ⅱ」では、この面に対して、図形を表わす方程式という考え方が特に強調されるようになる。

数学Ⅲ

「数学Ⅲ」の中心概念は、「数学Ⅰ」「数学Ⅱ」の中心概念のうち、「数学Ⅲ」の内容に即したものはひきつづきそのまま取り上げるとともに、そのいくつかについては、新たに発展した内容のものが付け加わる。ここでは新しく付け加わるものについて説明することにする。

a 概念を記号で表わすこと。

操作の記号化 (記号・文字による一般的表現, 文字式, 式の形, 記号と対象との対応)

「数学Ⅲ」では, 数列の和を求める, 極限を求める, 微分する, 積分するなどの新しい数学的な操作が考えられてくるが, これらの操作をそれぞれ適切な記号で表わし形式的な扱いが見やすくなるように記号の使い方を定める。その結果, これを一つの演算記号と考えてその法則化を目ざすような研究分野が生れ, それによって操作そのものが機械化されていく。このような考え方が「数学Ⅲ」では新たに加わる。

b 概念・法則などを拡張したり, 一般化したりすること。 (拡張の原理)

この考えは, 「数学Ⅰ」, 「数学Ⅱ」にも表われてきているが, 「数学Ⅲ」では, 既知の事項を特殊な場合として含むような一般化をくふうして, 研究成果をいっそう広くしていく考え方が特に強調される。

c 演繹的な推論によって知識を体系だてること。

数学的帰納法 (公理・定義, 定理・命題, 証明, 必要条件・十分条件・同値関係)

数学的帰納法は, すでに数学的内容の欄の説明でふれておいたが, この考えを単に数列や二項定理の証明の技巧としてのみ扱わず, そのもつ演繹的な性格を明らかにして扱うことが必要であろう。

d 函数の大域的な性質や局所的な性質をとらえること。

(連続的変化, 極限, 函数値の増減, 周期性, 極大・極小)

e 統計的な事象を量的にとらえること。

f 極限によって量をとらえること。

この二項については, それぞれ数学的内容の説明で述べたところと重複するので省略する。

g 式や図形について不変性を見いだすこと。

h 解析的方法と図形的方法との関連。

(函数のグラフ, 曲線を表わす方程式)

「小学校学習指導要領算数科編（試案）昭和26年（1951）改訂版」の

算数科の一般目標における資質・能力一

(1) 算数を、学校内外の社会生活において、有効に用いるのに役立つ、豊かな経験を持たせるとともに、物事を、数量関係から見て、考察処理する能力を伸ばし、算数を用いて、めいめいの思考や行為を改善し続けてやまない傾向を伸ばす。

- (a) 一般社会人の生活、特に経済生活をしていくのに必要な数的資料として、どんな種類のものがあるか、また、これをどこから手に入れることができるかなどの知識を広めるとともに、その資料を利用する能力や傾向を伸ばす。
- (b) 日常生活を、数量関係から見て分析したり、総合したりして、筋道をたて、問題をとらえる能力や傾向を伸ばすとともに、これを解決する能力を伸ばす。
- (c) 社会・理科・図画工作などの算数以外の分野において、数量関係を見抜き、それが、巧みに処理できることから、算数が、どんなに大きな貢献をしているかを知り、数量関係を生かして用いる能力や傾向を伸ばす。
- (d) 書物を読んだり、実務を処理したりするときに、よく出会う数量関係についての用語や記号の理解を深めるとともに、これらの用語や記号を用いて、正しく考えたり、まちがいをなく他人に伝えたりする能力や傾向を伸ばす。
- (e) もののねうち、長さなどの測定の発達、その測定の社会的意義、実測の手続についての理解を深め、計器の使用に必要な技能を伸ばすとともに、正確な計器を正しく用いる能力や傾向を伸ばす。
- (f) 算数は、数量関係をいっそう正確に、気楽に、能率のあがるように、しかも的確に考察処理するのに有用であることの理解を伸ばすとともに、算数を生活の向上に生かして用いる能力や傾向を伸ばす。

(2) 数学的な内容についての理解を伸ばし、これを用いて数量関係を考察または処理する能力を伸ばすとともに、さらに、数量関係をいっそう手ぎわよく処理しようとして、くふうする傾向を伸ばす。

- (a) 位取りの原理についての理解を探め、これが、計算や記録するのに、簡単に能率をあげるのに役立つことへの理解を深める。
- (b) 必要に応じて、正しく、しかも、適当な速さで計算ができるようにする。
- (c) 必要に応じて概数をとったり、概算をしたり、また、近似値を用いる能力を伸ばすとともに、その正確さと、それに対する制約についての理解を深める。
- (d) 数量的な用語や記号についての理解を伸ばすとともに、これを正しく用いる能力を伸ばす。
- (e) 数量関係をはっきり示すためにいろいろな方法を用いたり、その方法をくふうしたりする能力を伸ばす。
- (f) 図形の性質や物の形の概略を、直観的にとらえる能力を伸ばすとともに、物の形や構造を、図やことばで表わしたり、模型に作ったりする能力を伸ばす。
- (g) 数的な資料を、表やグラフにまとめたり、表やグラフで示されたことを理解したりする能力を伸ばすとともに、表やグラフを有効に用いる能力を伸ばす。
- (h) 数量関係を、いっそう手ぎわよく考察処理しようとして、くふうし続ける傾向を伸ばす。

「中学校 高等学校 学習指導要領数学科編（試案）昭和26年（1951）改訂版」の 数学科の一般目標における資質・能力

1. 数学の有用性と美しさを知って、**真理を愛し、これを求めていく**態度を養う。
2. 明るく正しい生活をするために、数学の果している役割の大きいことを知り、**正義に基づいて自分の行為を律していく**態度を養う。
3. 労力や時間などを節約したり活用したりする上に、数学が果している役割の大きいことを知り、**これを勤労に生かしていく**態度を養う。
4. 自主的に考えたり行ったりする上に、数学が果している役割の大きいことを知り、**数学を用いて自主的に考えたり行ったりする**態度を養う。
5. 数学がどのようにして生れてきたかを理解し、その意義を知る。
6. 数学についての基礎となる概念や原則を理解する。
7. **数量的な処理によって、自分の行為や思考をいっそう正確に、的確に、しかも能率をあげるようにする**能力を養う。
8. 自分の行為や思考をいっそう正確に、的確に、しかも能率をあげるようにすることが、どんなに重要なものであるかを知り、**これを日常生活に生かしていく**習慣を養う。
9. 社会で有為な人間となるための資質として、数学についてのいろいろな能力が重要なものであることを知り、**数学を生かして社会に貢献していく**習慣と能力とを養う。
10. 職業生活をしていくための資質として、数学についてのいろいろな能力が重要なものであることを知り、**いろいろな職業の分野で、数学を生かして用いていく**習慣と能力を養う。

「中学校 高等学校 学習指導要領数学科編（試案）昭和26年（1951）改訂版」の 中学校数学科の一般目標における資質・能力

A 数学を手ぎわよく用いていく際の数学についての理解および能力

1. 数および簡単な式の意味を理解し、これらが、簡潔で能率のよいものであることを知る。
2. 数量的な思考をするのに必要な用語や記号を理解する。
3. 計算を、正確にしかも能率のあがるようにする能力を養う。
4. 公式で示されている数量的な関係を説明したり、また、公式を用いて数量的な関係を表わしたりする能力を養う。
5. 測定の意味と方法を理解し、測定を手ぎわよく、正確に、しかも能率のあがるようにする能力を養う。
6. 信頼できる概数や近似値をとったり、また、示された資料に、どの程度の誤差があるかを見積ったりする能力を養う。
7. 数量的な資料を示すのに、表やグラフの形式を用いると、簡潔で、しかも具体的であることを知り、表やグラフを用いて、実際的にしかも簡潔に表現する能力を養う。
8. 方程式の意味を理解し、簡単な方程式を解く能力を養う。
9. 簡単な幾何図形の性質を理解し、これを具体的な場に適用する能力を養う。
10. 簡単な幾何図形は、直観的な明確さをもっていることを知り、簡単な縮図を読んだり、書いたりする能力を養う。
11. 得られた結果を、いろいろな方法で検証する能力を養う。
12. 将来を予測するのに、数量的な判断が有効であることを知る。
13. 一般的な実務に関係して、数量的な処理をするのに必要な、用語や基本的な概念を理解する。

B 数学を用いて問題を解決していく面での能力や態度

14. 数量的な処理によって、経験した事ごらを分析したり、また日常生活に起る自分の問題や論議している事ごらについて研究したりする能力を養う。
15. じょうずに経済生活をしていこうとして、(たとえば、ものをうまく消費したり、生産したり、また、流通させたりしていこうとして)数量的な処理をするのに必要な事ごらには、どんな種類のものがあり、また、それがどんなところにあるかなどについての知識を身につける。
16. 個人的な問題や社会的な問題を処理するのに必要な、信頼できる資料を求めたり、利用したりする能力を養う。
17. 問題を見とおして、数量的な関係の適切な処理の方法を定めたり、結果の見当をつけたりする能力を養うとともに、これに基づいて問題を処理する能力を養う。
18. 数量的な面からみて、正確で、的確で、能率のあがる、しかも筋道のとった考え方で、その数量的な関係を処理していく能力を養う。
19. 的確で、しかも能率のあがる数量的な取扱いをすることが、自分たちの生活に大きな貢献をすることを知る。
20. 数量的な処理が、科学や他の分野に大きな貢献をしていることを知る。
21. 数量的な処理が、社会の人たちの協力を推進したり、また、労力をいっそう節約したりする上に、大きな貢献をしていることを知る。

小学校 算数科における目標の変遷—目標における資質・能力—

小学校
学習指導要領
昭和33年改訂

- 1 数量や図形に関する基礎的な概念や原理を理解させ、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出すことができるようにする。
- 2 数量や図形に関する基礎的な知識の習得と基礎的な技能の習熟を図り目的に応じ、それらが的確かつ能率的に用いられるようにする。
- 3 数学的な用語や記号を用いることの意義について理解させ、具体的なことからや関係を、用語や記号を用いて、簡潔・明確に表わしたり考えたりすることができるようにする。
- 4 数量的なことからや関係について、適切な見通しを立てたり筋道を立てて考えたりする能力を伸ばし、ものごとをいっそう自主的、合理的に処理することができるようにする。
- 5 数学的な考え方や処理のしかたを、進んで日常生活に生かす態度を伸ばす。

上に掲げた算数科の目標は、相互に密接な関連をもつものであり、算数科の指導においてたえず考慮すべきことがらを掲げたものであるが、特に、目標5は、目標1, 2, 3および4の指導を通して、児童の科学的な生活態度を育成することの必要を示したものである。

小学校
学習指導要領
昭和43年7月

日常の事象を数理的にとらえ、筋道を立てて考え、統合的、発展的に考察し、処理する能力と態度を育てる。

このため、

- 1 数量や図形に関する基礎的な概念や原理を理解させ、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出すことができるようにする。
- 2 数量や図形に関する基礎的な知識の習得と基礎的な技能の習熟を図り、それらが的確かつ能率よく用いられるようにする。
- 3 数学的な用語や記号を用いることの意義について理解させ、それらを用いて、簡潔、明確に表わしたり考えたりすることができるようにする。
- 4 事象の考察に際して、数量的な観点から、適切な見通しをもち、筋道を立てて考えるとともに、目的に照して結果を検討し処理することができるようにする。

小学校
学習指導要領
昭和52年7月

数量や図形について基礎的な知識と技能を身につけ、日常の事象を数理的にとらえ、筋道を立てて考え、処理する能力と態度を育てる。

小学校
学習指導要領
平成元年3月

数量や図形についての基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、数理的な処理のよさが分かり、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。

小学校
学習指導要領
平成10年12月

数量や図形についての算数的活動を通して、基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。

小学校学習指導要領
平成20年3月

算数的活動を通して、数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。

中学校 数学科における目標の変遷—目標における資質・能力—

中学校
学習指導要領
昭和33年改訂

- 1 数量や図形に関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出す能力を伸ばす。
- 2 数量や図形に関して、基礎的な知識の習得と、基礎的な技能の習熟を図り、それらを的確かつ能率的に活用できるようにする。
- 3 数学的な用語や記号を用いることの意義について理解を深め、それらによって、数量や図形についての性質や関係を簡潔、明確に表現したり、思考を進めたりする能力を伸ばす。
- 4 ものごとを数学的にとらえ、その解決の見通しをつける能力を伸ばすとともに、確かな根拠から筋道を立てて考えていく能力や態度を養う。
- 5 数学が生活に役だつことや、数学と科学・技術との関係などを知らせ、数学を積極的に活用する態度を養う。

中学校
学習指導要領
昭和44年4月

事象を数理的にとらえ、論理的に考え、統合的、発展的に考察し、処理する能力と態度を育成する。

このため、

- 1 数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出す能力と態度を養う。
- 2 数量、図形などに関する基礎的な知識の習得と基礎的な技能の習熟を図り、それらを的確かつ能率的に活用する能力を伸ばす。
- 3 数学的な用語や記号を用いることの意義について理解を深め、それらによって数量、図形などについての性質や関係を簡潔、明確に表現し、思考を進める能力と態度を養う。
- 4 事象の考察に際して、適切な見通しをもち、論理的に思考する能力を伸ばすとともに、目的に応じて結果を検討し、処理する態度を養う。

中学校
学習指導要領
昭和52年7月

数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方についての能力を高めるとともに、それらを活用する態度を育てる。

中学校
学習指導要領
平成元年3月

数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる。

中学校
学習指導要領
平成10年12月

数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる。

中学校学習指
導要領
平成20年3月

数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。

高等学校 数学科における目標の変遷—目標における資質・能力—

高等学校学習指導要領
数学科編
昭和31年度改訂版

1. 数学の基本的な概念・原理・法則等を理解し、**これらを応用する**能力を養う。
2. 数学が体系的にできていることと、その体系を組み立てていく考え方を理解し、その意義を知る。
3. 数学的な用語や記号の正しい使い方を理解し、**これらによって数量的な関係を簡潔明確に表現し、処理する**能力を養う。
4. 論理的な思考の必要性を理解し、**筋道を立ててものごとを考えていく**能力と習慣とを身につける。
5. **数学的な物の見方、考え方**の意義を知るとともに、**これらに基づいてものごとを的確に処理する**能力と態度とを身につける。

高等学校学習指導要領
昭和35年10月

- 1 数学における基本的な概念、原理・法則などを理解させ、**より進んだ数学的な考え方**や**処理のしかた**を生み出す能力を伸ばす。
- 2 数学における基本的な知識の習得と基本的な技能の習熟を図り、**それらを的確かつ能率的に活用する**能力を伸ばす。
- 3 数学的な用語や記号を用いることの意義について理解を深め、**それらによって、数学的な性質や関係を簡潔、明確に表現したり、思考したりする**能力を伸ばす。
- 4 **ものごとを数学的にとらえ、その解決の見通しをつける**能力を伸ばすとともに、論理的な思考の必要性を理解し、**筋道を立ててものごとを考えていく**能力と態度を養う。
- 5 数学が体系的にできていることと、その体系を組み立てていく考え方を理解させ、その意義を知らせる。
- 6 数学が生活に役だつことや、数学と科学・技術その他との関係などを知らせ、**数学を積極的に活用する**態度を養う。

高等学校学習指導要領
昭和45年10月

事象を数学的にとらえ、論理的に考え、統合的、発展的に考察し、処理する能力と態度を育成し、また、社会において数学の果たす役割について認識させる。

このため、

- 1 数学における基本的な概念、原理・法則などを理解させ、**より進んだ数学的な考え方**や**処理のしかた**を生み出す能力と態度を養う。
- 2 数学における基本的な知識の習得と基本的な技能の習熟を図り、**それらを的確かつ能率的に活用する**能力を伸ばす。
- 3 数学的な用語や記号を用いることの意義について理解を深め、**それらによって数学的な性質や関係を簡潔、明確に表現し、思考を進める**能力と態度を養う。
- 4 **事象の考察に関して、適切な見通しをもち、抽象化し、論理的に思考する**能力を伸ばすとともに、**目的に応じて結果を検討し、処理する**態度を養う。
- 5 体系的に組み立てていく**数学の考え方**を理解させ、その意義と方法について知らせる。

高等学校学習指導要領
昭和53年8月

数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、体系的に組み立てていく**数学の考え方**を通して、**事象を数学的に考察し処理する**能力を高めるとともに、**それを、活用する**態度を育てる。

高等学校学習指導要領
平成元年3月

数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、**事象を数学的に考察し処理する**能力を高めるとともに**数学的な見方や考え方**のよさを認識、**それらを積極的に活用する**態度を育てる。

高等学校学習指導要領
平成11年3月

数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、**事象を数学的に考察し処理する**能力を高め、**数学的活動**を通して**創造性の基礎**を培うとともに、**数学的な見方や考え方**のよさを認識し、**それらを積極的に活用する**態度を育てる。

高等学校学習指導要領
平成21年3月

数学的活動を通して、**数学における基本的な概念や原理・法則**の体系的な理解を深め、**事象を数学的に考察し表現する**能力を高め、**創造性の基礎**を培うとともに、**数学のよさを認識し、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する**態度を育てる。

小学校算数科の目標に書かれた資質・能力についての、指導書（解説）における記述

小学校
学習
指導
要領
昭和
43年
7月

日常の事象を数理的にとらえ、筋道を立てて考え、統合的、発展的に考察し、処理する能力と態度を育てる。

このため、

- 1 数量や図形に関する基礎的な概念や原理を理解させ、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出すことができるようにする。
- 2 数量や図形に関する基礎的な知識の習得と基礎的な技能の習熟を図り、それらが的確かつ能率よく用いられるようにする。
- 3 数学的な用語や記号を用いることの意義について理解させ、それらを用いて、簡潔、明確に表わしたり考えたりすることができるようにする。
- 4 事象の考察に際して、数量的な観点から、適切な見通しをもち、筋道を立てて考えるとともに、目的に照して結果を検討し処理することができるようにする。

小学校
指導
書
算数
編
昭和
44年
5月

統合的、発展的に考察し、処理する

発展的な考えとは、算数にかぎらず、ものごとを固定的なもの、確定的なものと考えず、絶えず、新しいものに創造し発展させようとする考えである。たとえば、整数だけでは基準の量より小さいものの大きさを表現することはできないので、この解決として小数を生み出したり、整数の除法をいつも可能にするために分数を考えたりすることなども、この考えの表れとみることができる。

また、数をこのように拡張することに対応して、この数を操作する演算の意味も、関連して広げて考えるようにすることも必要になる。この場合、処理の方法が同じ文脈のことばで表現されるものには、同じ形式を与えるようにするため、前のものと新しく生み出したものとを包括的に扱えるように意味を規定したり、処理の仕方をまとめたりする。これが**統合の考え**である。

算数科の学習では、絶えず、創造的な発展を図るとともに、一面では、創造したものをより高い、あるいは、より広い観点から統合しててみられるようにする。さらに、これを次の飛躍の足場にしていくなど、創造しつづけてやまないようにすることがだいじであり、このような能力と態度を伸ばすことが期待されているのである。(p.6)

1 数量や図形に関する基礎的な概念や原理を理解させ、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出すことができるようにする。

算数科の内容としては、基礎的な概念とか原理とか言われるものの理解がまず重要であることを強調している。数学的な概念や原理の特質からみて、これには、**概念のもつ一般性や構造の考えにたった考察**が中核になってくるから、**概念や原理について理解を深める**ということは、**必然的に、より進んだ数学的な考え方や処理の仕方を生み出す**といった発展を可能にすることになる。いいかえると、**本当に理解されたかどうか**ということは、**そのような発展が得られたかどうかによってわかる**ということもできることになる。(p.7)

CCSS. Math. Practice. 数学的活動のためのスタンダード

MP1 Make sense of problems and persevere in solving them.

問題の意味を理解し、それらを解決するために粘り強く取り組む。

MP2 Reason abstractly and quantitatively.

抽象的に、定量的に、推論する。

MP3 Construct viable arguments and critique the reasoning of others.

批判に耐えうる議論を構築し、他の推論を批判する。

MP4 Model with mathematics.

数学を用いてモデル化をする。

MP5 Use appropriate tools strategically.

戦略的に適切な道具を使用する。

MP6 Attend to precision.

正確さに絶えず注意する。

MP7 Look for and make use of structure.

構造(体系)を求め、利用する。

MP8 Look for and express regularity in repeated reasoning.

推論の連鎖において、規則性を探し表現する。

Literacy
Numeracy
Information and Communication Technology (ICT) Capability
Critical and Creative Thinking
Personal and Social Capability
Ethical Understanding
Intercultural Understanding

The **key ideas for Numeracy** are organised into six interrelated elements in the learning continuum, as shown below.

- Estimating and calculating with whole numbers
整数を用いて見積ったり計算したりする
- Recognising and using patterns and relationships
パターンや関係を認識したり使ったりする
- Using fractions, decimals, percentages, ratios and rates
分数, 小数, 百分率や割合を使用する
- Using spatial reasoning 空間的な推論を使用する
- Interpreting statistical information 統計情報を解釈する
- Using measurement 測定を使用する

(出典) <http://www.australiancurriculum.edu.au/generalcapabilities/overview/introduction>
<http://www.australiancurriculum.edu.au/generalcapabilities/numeracy/introduction/key-ideas>

「数学的に考える力」とは、算数的活動や数学的活動を支え、遂行するために必要な資質や能力などの総称

小学校 算数

① 日常事象の考察に算数・数学を生かすこと

② 発展的・創造的に考えること

③ 論理的に考えること

中学校 数学

① 日常事象の考察に算数・数学を生かすこと

② 算数・数学の世界で事象を考察すること

③ 論理的に考えること

- 物事を数・量・図形などに着目して観察し、的確に捉えること
- 与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること
- 筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること
- 事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること など

全国学力・学習状況調査 中学校数学「活用」の問題作成の枠組み

活用する力

数学的なプロセス

α:
知識・技能などを実生活の様々な場面で活用する力

- α1: 日常的な事象等を数学化すること
 - α1 (1) ものごとを数・量・図形等に着目して観察すること
 - α1 (2) ものごとの特徴を的確に捉えること
 - α1 (3) 理想化, 単純化すること
- α2: 情報を活用すること
 - α2 (1) 与えられた情報を分類整理すること
 - α2 (2) 必要な情報を適切に選択し判断すること
- α3: 数学的に解釈することや表現すること
 - α3 (1) 数学的な結果を事象に即して解釈すること
 - α3 (2) 解決の結果を数学的に表現すること

β:
様々な問題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力

- β1: 問題解決のための構想を立て実践すること
 - β1 (1) 筋道を立てて考えること
 - β1 (2) 解決の方針を立てること
 - β1 (3) 方針に基づいて解決すること
- β2: 結果を評価し改善すること
 - β1 (1) 結果を振り返って考えること
 - β1 (2) 結果を改善すること
 - β1 (3) 発展的に考えること

γ:
上記α、βの両方に関わる力

- γ1: 他の事象との関係を捉えること
- γ2: 複数の事象を統合すること
- γ3: 事象を多面的に見ること

論理的に思考する上での活動

活動	具体的な内容
① 規則，定義，条件等を理解し適用する。	資料から読み取ることができる規則や定義等を理解し，それを具体的に適用する。
② 必要な情報を抽出し，分析する。	多くの資料や条件から推論に必要な情報を抽出し，それに基づいて分析する。
③ 趣旨や主張を把握し，評価する。	資料は，全体としてどのような内容を述べているのかを的確にとらえ，それについて評価する。
④ 事象の関係性について洞察する。	資料に提示されている事象が，論理的にどのような関係にあるのかを見極める。
⑤ 仮説を立て，検証する。	前提となる資料から仮説を立て，他の資料などを用いて仮説を検証する。
⑥ 議論や論証の構造を判断する。	議論や論争の論点・争点について，前提となる暗黙の了解や根拠，また，推論の構造などを明らかにするとともに，その適否を判断する。

数学的な態度	数学の方法に関連した 数学的な考え方	数学の内容に関連した 数学的な考え方
<ol style="list-style-type: none"> 1. 自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする。 2. 筋道の立った行動をしようとする。 3. 内容を簡潔明瞭に表現しようとする。 4. よりよいものを求めようとする。 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 帰納的な考え方 2. 類推的な考え方 3. 演繹的な考え方 4. 統合的な考え方(拡張的な考え方を含む) 5. 発展的な考え方 6. 抽象化の考え(抽象化、具体化、理想化、条件の明確化の考え方) 7. 単純化の考え方 8. 一般化の考え方 9. 特殊化の考え方 10. 記号化の考え方 11. 数量化、図形化の考え方 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 集合の考え 2. 単位の考え 3. 表現の考え 4. 操作の考え 5. アルゴリズムの考え 6. 概括的把握の考え 7. 基本的性質の考え 8. 関数的な考え 9. 式についての考え

片桐重男「数学的な考え方・態度の構造」

問題解決の過程	数学的な態度	方法に関係した数学的な考え方	内容に関連した数学的な考え方
問題形成・把握	自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする 内容を簡潔明瞭に表現しようとする	抽象化（理想化、条件の明確化、具体化）、単純化、記号化（数量化、図形化）	関数の考え
見通しを立てる	筋道の立った行動をしようとする	類推的、特殊化、記号化（数量化、図形化）	単位の考え、概括的把握の考え
解決の実行	筋道の立った行動をしようとする 内容を簡潔明瞭に表現しようとする	帰納的、演繹的、類推的、単純化、特殊化、記号化、具体化	単位の考え、表現の考え、操作の考え、概括的把握の考え、関数の考え、式についての考え
解の論理的組織化	筋道の立った行動をしようとする 内容を簡潔明瞭に表現しようとする	一般化、演繹的、帰納的	単位の考え、表現の考え、操作の考え、アルゴリズムの考え、基本的性質の考え、式についての考え
検証	よりよいものを求めようとする	統合的、発展的、一般化	アルゴリズムの考え、関数の考え、式についての考え